

# Vizualizacija modova oscilovanja zvona snimanjem zvuka u bliskom polju

Iva M. Salom, Miomir M. Mijić, Dragana S. Šumarac Pavlović

**Sadržaj** — Ispitivanje modova oscilovanja zvona do sad su vršena složenim i skupim metodama, ili pak upotrebom akcelerometra koji se mora pričvrstiti na površinu zvona. U ovom radu opisana je jednostavna metoda za vizualizaciju oscilovanja modova zvona snimanjem zvuka u bliskom polju.

**Ključne reči** — blisko polje, modovi oscilovanja, zvono.

## I. UVOD

ZVONO predstavlja veoma specifičan izvor zvuka [1] - [6]. Iako se u crkvama koristi više od šest vekova, akustičko ponašanje zvona i njegov uticaj na subjektivnu percepciju zvuka još uvek nisu sasvim objašnjeni. Vekovima su se praktična iskustva livaca o “dobro naštimovanom zvonu” prenosila sa kolena na koleno. Tek danas sa razvojem tehnike i mogućnosti savremenih računara moguće je detaljnije analizirati složeni zvuk zvona.

Ispitivanje modova oscilovanja zvona moguće je vršiti interferometrijom [2], [3], [7] - [10], gde se zvono pobuđuje tačno jednom frekvencijom analiziranog moda, a na fotografskoj ploči se dobija slika zvona sa jasno istaknutim čvorovima za posmatrani mod. Nasuprot ovoj skupoj i složenoj metodi, skeniranje oscilovanja zvona moguće je izvršiti pomoću akcelerometra, koji se pomera po površini zvona i vrši se merenje u velikom broju tačaka [11], [12]. U najjednostavnijem slučaju zvono je potrebno pobuditi uvek na isti način.

Merenje zvučnog pritiska u bliskom polju je metoda koja se koristi za analizu zvučnog polja u okolini izvora zvuka i ispitivanje karakteristika izvora zvuka (takozvana akustička holografija u bliskom polju) [13]. U literaturi je opisana primena ove metode za vizuelizaciju modova oscilovanja ravne ploče, štapa i konusne membrane [14], [15]. U ovom radu opisana je primena ove metode za vizuelizaciju modova oscilovanja zvona.

## II. KARAKTERISTIKE ZVUKA ZVONA

Zvuk klasičnih muzičkih instrumenata sastoji se od diskretnih komponenta čije su frekvencije u harmonijskom odnosu. Za razliku od muzičkih instrumenata, gde zvuk nastaje oscilovanjem elastičnog medija sa jednim efektivnim stepenom slobode (žica ili vazdušni stub), zvuk zvona nastaje vibriranjem trodimenzionalne osnosimetrične mase. Udarom bata pobuđuju se sopstveni modovi oscilovanja zvona. Frekvencije i brzine opadanja amplituda ovih modova zavise od oblika i materijala od kog je zvono napravljeno, dok su

Ovaj rad je napisan na osnovu aktivnosti realizovanih u okviru projekta 23046 koga finansira Ministarstvo za nauku i tehnološki razvoj republike Srbije.

Iva Salom, Institut Mihajlo Pupin, Volgina 15, 11050 Beograd, Srbija; (e-mail: [iva.salom@institutepupin.com](mailto:iva.salom@institutepupin.com)).

Miomir Mijić, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (e-mail: [emijic@etf.rs](mailto:emijic@etf.rs)).

Dragana Šumarac Pavlović, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Srbija (e-mail: [dsumarac@etf.rs](mailto:dsumarac@etf.rs)).

početne amplitude određene deformacijom koju proizvodi udar bata. Može se reći da sinusoidalne komponente u zvuku zvona, takozvani parcijali, odgovaraju frekvencijama oscilovanja sopstvenih modova zvona i ove frekvencije nisu u harmonijskom odnosu [1] - [4].

Svaki od modova oscilovanja zvona karakterišu linije na zvonu (čvorovi) duž kojih nema oscilovanja. Svaki mod zvona se može označiti sa dva broja ( $k, m$ ), gde  $k$  predstavlja polovinu broja čvorova u horizontalnoj ravni, a  $m$  predstavlja broj čvorova u vertikalnoj ravni [1] - [3].

Na Sl. 1 za date modeve oscilovanja zvona prikazani su načini oscilovanja u horizontalnoj (Sl. 1a) i vertikalnoj (Sl. 1b) ravni. Za svaki mod dat je i naziv koji nosi u standardnoj terminologiji koja se koristi pri analizi zvona. Modovi na Sl.1 poređani su redosledom kojim su poređane frekvencije modova u spektru.

## III. METODA MERENJA ZVUČNOG PRITISKA U BLISKOM POLJU

Pojmovi dalekog i bliskog polja dobro su poznati u akustici. U radu [16] uveden je pojam „vrlo bliskog polja“ izvedene su karakteristike zvučnog pritiska i brzine čestica u ovom području oko izvora zvuka, koje će biti ukratko prikazane.

Rešenje akustičke talasne jednačine koja definiše vremensku i prostornu raspodelu zvučnog pritiska je *Helmholtz*-ova jednačina

$$\Delta p + k^2 p = 0. \quad (1)$$

U neposrednoj blizini izvora izraz za zvučni pritisak može se razviti u red:

$$p(x, y, z) \approx p(x, y, 0) + \frac{\partial p(x, y, 0)}{\partial z} \Big|_{z=0} z + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p(x, y, 0)}{\partial z^2} \Big|_{z=0} z^2. \quad (2)$$

Uz primenu graničnih uslova rešenje ove jednačine opisuje zvučno polje nekog izvora zvuka. Pod pretpostavkom da se izvor može smatrati ravanskim na dužini  $L$  duž  $x$  i  $y$  ose, granični uslov na površini izvora glasi:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -j\omega\rho v_z. \quad (3)$$

gde je  $v_z$  normalna komponenta brzine na površini izvora. Za komponente brzine na površini izvora važi:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -j\omega\rho v_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -j\omega\rho v_y. \quad (4)$$

Pri tome treba imati u vidu da je granični sloj u kome se ove brzine menjaju od vrednosti 0 do neke konačne vrednosti veoma tanak i zavisi od viskoznosti fluida (na primer, na frekvenciji 100 Hz debljina ovog sloja je 50  $\mu\text{m}$ ).

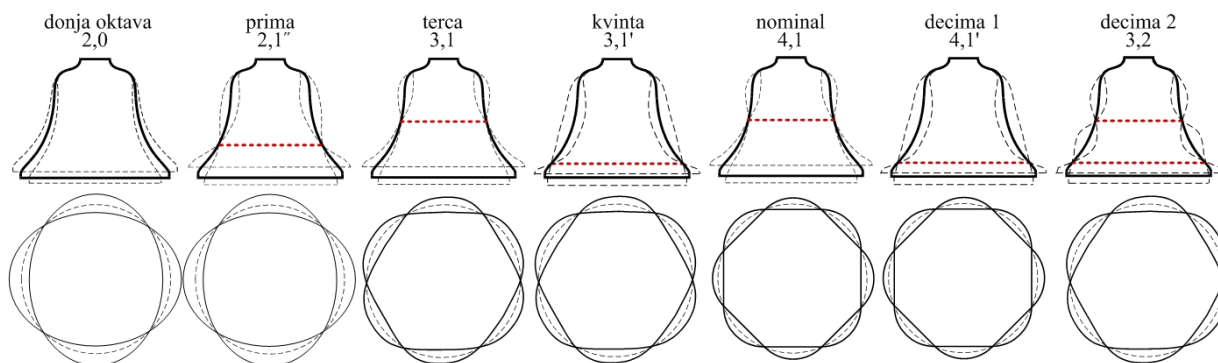
Na osnovu jednačine (3) jednačina (2) postaje:

$$p(x, y, z) \approx p(x, y, 0) + v_z z + \frac{1}{2} \frac{\partial v_z}{\partial z} z^2. \quad (5)$$

Zamenom izraza za pritisak iz jednačine (5) u jednačinu (1) uz uslov  $z \rightarrow 0$  dobija se:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) p(x, y, 0) + k^2 p(x, y, 0) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0. \quad (6)$$

Uz pretpostavku da se izvor može opisati prostornom talasnom dužinom  $L$ , što znači da se površinske vibracije



Sl. 1 Modovi oscilovanja zvona: a) u horizontalnoj ravni, b) u vertikalnoj ravni, [1] - [4]

mogu smatrati harmonijskim ( $\sin(2\pi x/L)$  i  $\sin(2\pi y/L)$ ) jednačina (6) postaje:

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 p(x, y, 0) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 p(x, y, 0) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0. \quad (7)$$

Ukoliko je ispunjen uslov da je talasna dužina izračenog zvuka mnogo veća od prostorne talasne dužine izvora:

$$\lambda \gg L, \quad (8)$$

drugi član u akustičkoj talasnoj jednačini (1) postaje mnogo manji od prvog člana i jednačina se svodi na Laplace-ovu jednačinu:

$$\Delta p = 0, \quad (9)$$

koja predstavlja jednačinu nestišljivog fluida. To znači da se u blizini izvora vazduh može smatrati nestišljivim, iz čega sledi da je zvučni pritisak u blizini izvora jednak nuli. U realnosti zvučni pritisak, iako značajno potisnut, ipak ima neku konačnu malu vrednost. Primenom uvedene pretpostavke da se površinske vibracije mogu smatrati harmonijskim i uvodeći  $v_0$  kao maksimalnu brzinu čestica u blizini površine u jednačine (4) dobija se konačna veza između pritiska i brzine na površini izvora:

$$p \sim -j\rho cv_0 \frac{L}{\lambda}. \quad (10)$$

Jednačina (9) važi ako je normalno rastojanje do posmatrane tačke mnogo manje od prostorne talasne dužine izvora  $L$ , a talasna dužina  $\lambda$  mnogo veća od  $L$ . Time je izveden uslov za „vrlo blisko polje“:

$$r \ll \frac{L}{2\pi} \ll \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (11)$$

U oblasti bliskog polja zvučni pritisak ima konstantnu vrednost na posmatranoj frekvenciji dok sa prelaskom u oblast bliskog polja vrednost pritiska postaje obrnuto srazmerna sa rastojanjem.

U slučaju ispitivanja modova oscilovanja površine, veličina  $L$  je određena veličinom oblasti oko čvora i oko trbuha posmatranog moda. U radu [15] pokazano je da je granica vrlo bliskog polja za ravnu ploču u okolini trbuha moda oko 3 mm, dok je u okoliničvora čak 32 mm, kao i da je razlika pritiska u okolini trbuha i čvora u oblasti vrlo bliskog polja veća od 10 dB. Ova činjenica je osnov za primenu vizualizacije modova snimanjem zvuka u veoma bliskom polju. U pomenutom radu izvršena je vizualizacija modova ravne ploče, štapa i konusne membrane snimanjem na rastojanju od 3 mm.

U slučaju zvona, veličina  $L$  odgovara rastojanju između čvorova u horizontalnoj i vertikalnoj ravni. Za konkretno zvono, čije su dimenzije date u odeljku IV.A, a frekvencije modova na Sl. 3, očekivani položaji čvorova u vertikalnoj i horizontalnoj ravni u poređenju sa talasnim dužinama modova zadovoljavaju jednačinu (11) za niže modove. Sa povećanjem frekvencije rastojanja između čvorova se sporije smanjuju i za određene modove uslov (11) prestaje da važi.

#### IV. PRIMENA METODE ZA VIZUELIZACIJU MODOVA OSCILOVANJA ZVONA

##### A. Primer merenog zvona

Mereni zvono je mase 644 kg i izliveno je u livnici Kremenović (Sl. 3). Zvono je visine 80 cm, od dna do poslednjeg prevoja. Prečnik otvora zvona je 100 cm. U vertikalnoj ravni merenje je vršeno u 16 tačaka (4.5 cm, 9 cm, 15 cm, 21 cm, 27 cm, 33 cm, 39 cm, 45 cm, 51 cm, 57 cm, 63 cm, 69 cm, 75 cm, 80 cm, 87 cm, 94 cm – poslednja tačka je pri vrhu zvona). U horizontalnoj ravni merenje je vršeno u 6 tačaka – za uglove od 0°, 22.5°, 30°, 45° 60° i 90° u odnosu na mesto pobude. Uglovi su određeni na osnovu položaja čvorova za prva tri moda oscilovanja u horizontalnoj ravni (Sl. 1b).

##### B. Postavka merenja i oprema

Za potrebe merenja napravljen je nosač sa držačima za četiri mikrofona, koji je pričvršćen za nosač zvona sa gornje strane (Sl. 2). Sa donje strane je naslonjen na zvono gumenim osloncem presvučenim sunderom da bi se izbeglo prenošenje vibracija na nosač. Držači mikrofona mogu se pomerati po vertikalnoj i horizontalnoj osi kako bi svaki mikorfon bio postavljen u približno istu poziciju u odnosu na zvono za svako merenje. S obzirom da bi bilo neprecizno pomerati nosač za svako merenje u horizontalnoj ravni, pomerana je pobuda zvona. Minijaturni merni mikrofoni su postavljeni na rastojanje od 5 mm od zvona, a preko četvorokanalnog mikrofonskog multipleksera (*USL Inc. MMP 10B*) povezani su na jedan kanal četvorokanalne audio kartice (*Digigram VXPocket 440*). Referentni mikrofoni (*Nti MiniSPL*) postavljeni su većem rastojanju od zvona (u dalekom polju) (Sl. 2) i povezan na drugi kanal audio kartice. Snimanje je vršeno dvokanalno, frekvencija odabiranja 44.1 kHz. Zvuk zvona veoma zavisi od veličine, oblika i materijala od koga je napravljen bat, od mesta, kao i od jačine udara [2], [3]. U sprovedenim merenjima zvono je pobuđivano ručno, posebnim batom. Za svaku mernu tačku zvono je posebno pobuđivano. Analizom referentnih snimaka potvrđeno je da se spektri signala razlikuju čime je dokazana neophodnost referentnog snimka za normalizaciju.

##### C. Obrada rezultata

Za obradu ovako velikog broja signala (u konkretnom slučaju 96 signala za analizu i 96 referentnih signala) napisan je program u softverskom paketu MATLAB™ [17], čiji je grafički korisnički interfejs prikazan na Sl. 4. Stereo signali su pre analize obrađeni tako da se početak signala poklapa sa udarom zvona, uz eventualnu normalizaciju signala po energiji zbog kasnijeg jednostavnijeg grafičkog prikaza. Prvi korak analize u programu je učitavanje dvokanalnih snimaka i generisanje po dva signala iste dužine: signala za analizu i referentnog signala. Sledeći korak je izbor dela i dužine signala za analizu. Na spektru



Sl. 2 Postavka merenja

zadatoj frekvenciji vrši se izbor frekvencije za koju se vrši analiza, kao što je prikazano na Sl. 4. Za odabranu frekvenciju vrši se određivanje amplitude u FFT spektru za svaki snimak, normiranje amplitude u odnosu na referentni snimak i crtanje grafika zavisnosti amplitude u odnosu na položaj u vertikalnoj osi i u horizontalnoj ravni. Primenom realizovanog programa moguće je trenutno dobiti dijagrame i vršiti poređenja rezultata u zavisnosti od dužine signala, početnog trenutka za analizu itd.

#### V. ANALIZA REZULTATA

Rezultati za prvih 6 parcijala merenog zvona prikazani su na Sl. 5. Analiza je vršena na delu signala od 45 ms do 1045 ms. Gornja slika prikazuje promene amplituda duž vertikalnih osa, za svih 6 pomeraja po horizontalnoj osi, dok donja slika prikazuje promene amplituda u horizontalnoj ravni za svih 16 pomeraja po vertikalnoj osi.

#### VI. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazano je kako je metoda merenja zvučnog pritiska u bliskom polju izvora zvuka primenjena za vizualizaciju modova oscilovanja zvona. Ova metoda, kao najjednostavnija, daje dobre rezultate u vertikalnoj osi i dobro određuje položaj čvorova, dok se za primenu u horizontalnoj ravni, najverovatnije zbog nesavršenosti zvona, moraju izvršiti korekcije u postavci merenja.

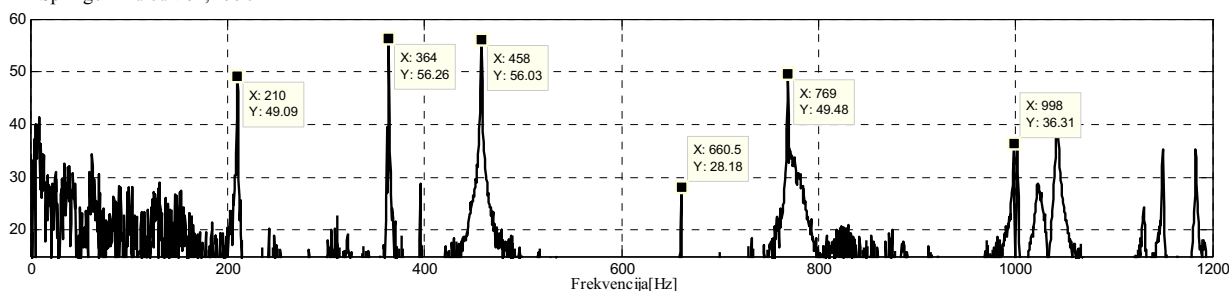
#### ZAHVALNICA

Autori se zahvaljuju livnici Kremenović, koja je omogućila merenja zvona.

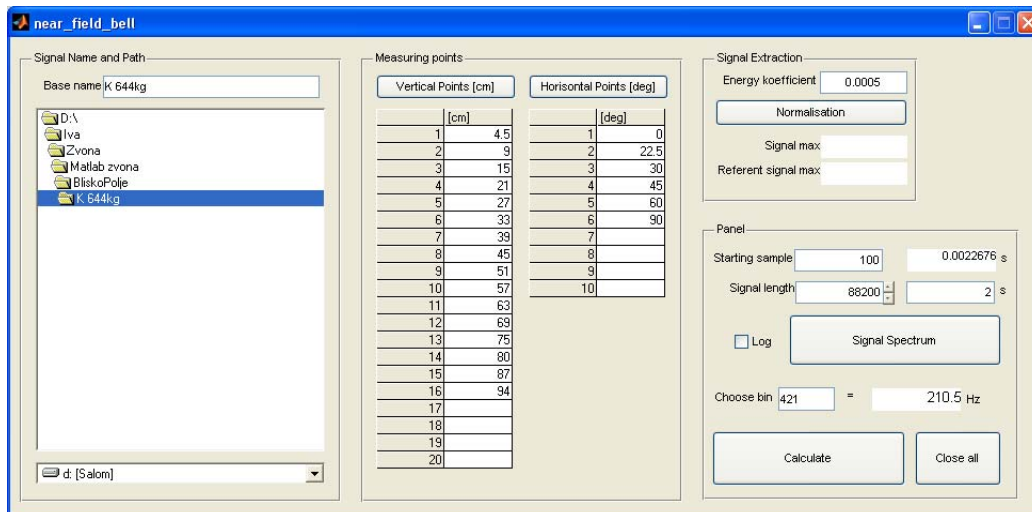
#### LITERATURA

- [1] T. D. Rossing (editor), *Acoustics of Bells*, Van Nostrand Reinhold 1984  
 [2] H.N. Fletcher, T.D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, Springer 2nd edition, 1998

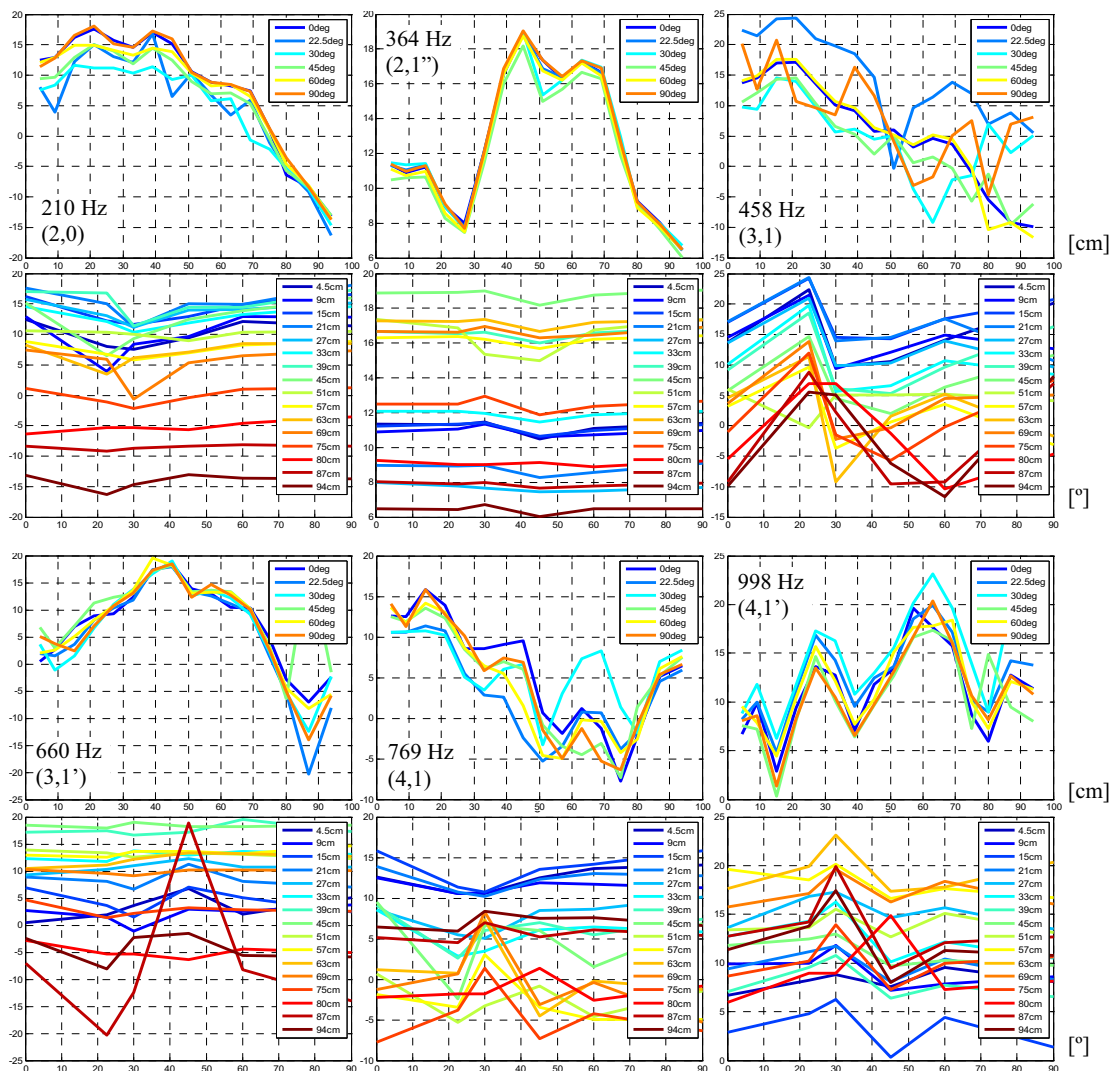
- [3] T.D. Rossing, *Science of Percussion Instruments (Series in Popular Science Vol. 3)*, World Scientific 2008  
 [4] A. Lehr, "The Designing of Swingin Bells and Carillon Bells in the Past and Present," Athanasius Kircher Foundation, Astén, Netherlands 1987  
 [5] T. D. Rossing, R. Perrin, "Vibrations of Bells", *Applied Acoustics* 20 pp41-70, 1987  
 [6] J. Wernisch, "Untersuchungen an Kirchenglocken," Dissertation an der Technischen Universität Wien  
 [7] Matthew J. Fisher, "Vibration Modes of a C4 Handbell: Holographic Interferometry and Finite Element Analysis," Proceeding of The National Conference On Undergraduate Research (NCUR) 2001, University of Kentucky, Lexington , March 15-17, 2001  
 [8] H. Fleischer, "Hörversuche mit Glockenklängen," Heft 1/07 der Reihe Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik, Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, ISSN 1430-936X  
 [9] R. Perrin, "Normal modes of the elephant bell," *Proc. of the Stockholm Music Acoustics Conference*, August 6-9, 2003 (SMAC 03), Stockholm, Sweden  
 [10] T. D. Rossing, D. S. Hampton, B. E. Richardson, H. J. Sathoff, A. Lehr, "Vibrational modes of Chinese two-tone bells", *J.Acoust.Soc.Am.* 83(1), pp369-373, Jan 1988  
 [11] G. Blankerhorn, I. Müller, A. Siebert, K. Schweizerhof, "On the numerical analysis of a carillon bell using LS-DYNA with a specific view on model validation," 5. LS-DYNA Anwenderforum, Ulm 2006  
 [12] A. Siebert, G. Blankerhorn, K. Schweizerhof, "Investigating the Vibration Behavior and Sound of Church Bells Considering Ornaments and Reliefs Using LS-DYNA," 9th International LS-DYNA Users Conference, pp. 8-1 – 8-12  
 [13] E. Williams, *Fourier Acoustics, Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography* Academic, San Diego, 1999  
 [14] M. Inapolat, M. Caliskan, R. Singh, "Sound radiated by a resonant plate: comparative evaluation of experimental and computational methods," *Noise-Con 2008*, Dearborn-Michigan, July 28-31, 2008  
 [15] J. Prezelj, M. Čudina, "Visualization of vibrating modes with a microphone scanning in a Very Near Field", 1<sup>st</sup> EAA EuroRegio 2010, 15-18 September 2010, Ljubljana, Slovenia  
 [16] H. E. de Bree, V. B. Svetovoy, R. Raangs, R. Visser, "The very near field - Theory, simulations, and measurements of sound pressure and particle velocity in the very near field", 11. International Congress on Sound and Vibration, St.Petersburg, July 5-8, 2004  
 [17] MATLAB<sup>TM</sup>, Ver. 7.01.24704 (R14), Copyright 1984-2004, The MathWorks, Inc.



Sl. 3 Spektar merenog zvona



Sl. 4 Grafički korisnički interfejs programa za obradu rezultata



Sl. 5 Promene amplituda pojedinih parcijala u vertikalnoj i horizontalnoj ravni zvona

ABSTRACT

Vibration modes of a bell were usually investigated using complicated and expensive methods, or using accelerometer that has to be attached to the bell. A new method for visualisation of a bell vibration modes, based on very near field sound measurements, is presented in this paper.

VISUALIZATION OF VIBRATING MODES OF A BELL BY MEASURING SOUND IN A VERY NEAR FILED

Iva Salom, Miomir Mijić, Dragana Šumarac Pavlović