

Analiza kvantizera Laplasove raspodele sa promenljivom dužinom kodnih reči za male brzine

Zoran H. Perić, Jelena R. Lukić, Dragan B. Denić

Sadržaj — U ovom radu biće predstavljene karakteristike skalarnih kvantizera, uniformnog i neuniformnog. Osim toga, kroz analizu numeričkih rezultata, biće otkriveno u kojim slučajevima je poželjnije koristiti uniformni, a u kojim neuniformni kvantizer, sa osvrtom na broj nivoa kvantizacije i željenu bitsku brzinu. Odmerci ulaznog signala, modelovanog Laplasovom funkcijom gustine verovatnoće, kodovani su primenom Huffman-ovog koda. Sve analize pomenutih kvantizera urađene su za mali i srednji broj nivoa kvantizacije.

Gljučne reči — Huffman-ov kod, Neuniformni kvantizer, Uniformni kvantizer.

I. UVOD

U ovom radu analizirana su svojstva skalarnih kvantizera, uniformnog i neuniformnog. Podela kvantizera na uniformne i neuniformne izvršena je na osnovu veličine segmenata, intervala kvantizacije, unutar opsega kvantizera. Uniformni kvantizer, kao što i samo ime kaže, ima uniformno podeljen opseg tj. na segmente iste širine, dok sa neuniformnim kvantizerom to nije slučaj. Ovo je i osnovni razlog zbog koga se može reći da je projektovanje uniformnih kvantizera jednostavnije od projektovanja neuniformnih.

Prvi korak u procesu digitalizacije kontinualnog analognog signala je odabiranje ili uzorkovanje kada se u određenim trenucima vremena uzimaju uzorci amplitude govornog signala. Kvantizacija je drugi postupak u procesu digitalizacije analognog signala i predstavlja proces pri kome se veličina uzorka klasifikuje u jedan od intervala kvantizacije, a potom zaokružuje na vrednost reprezentacionog nivoa koja odgovara tom intervalu. Uniformni kvantizer ima jednako razmaknute nivoe kvantizacije (takođe je i rastojanje između reprezentacionih nivoa jednako rastojanju između nivoa kvantizacije) u celom opsegu, što za niže vrednosti amplitude signala rezultuje većom greškom u procesu zaokruživanja. Sa druge strane, neuniformni kvantizer za uzorke signala manje amplitude ima manji razmak između

kvantizacionih nivoa, a za veće – veći, što implicira i manju grešku u procesu zaokruživanja. Takođe se i rastojanja između reprezentacionih nivoa razlikuju u celom opsegu. Prethodno pomenuta svojstva neuniformnog kvantizera čine ga komplikovanijim za projektovanje, ali se zato njime unosi manja greška kvantizacije.

Najjednostavniji način kodovanja odmeraka na izlazu kvantizera je predstavljanje kodnim rečima fiksne dužine, što se svrstava u grupu tehnika kompresije sa gubicima. U cilju podizanja kvaliteta kodovanog signala, osim pravilnog izbora kvantizera, važno je odabrati i adekvatnu kodnu tehniku, a sve u cilju realizacije tipa kompresije bez gubitaka. Iz tog razloga je u ovom radu za kodovanje primenjen entropijski Huffman-ov kod sa promenljivom dužinom kodnih reči [2]. Već je pokazano da se uniformnim kvantizerom sa Huffman-ovim kodovanjem postiže niža vrednost prosečne bitske brzine (veći stepen kompresije), dok se neuniformnim kvantizerom sa Huffman-ovim kodovanjem postiže bolji odnos signal-šum kvantizacije (veći kvalitet reprodukovanog signala) [1], [3], [4].

Cilj našeg rada ogleda se upravo u tome da se analizom performansi pomenutih skalarnih kvantizera, odredi u kojim slučajevima, kako u odnosu na zahtevani broj nivoa kvantizacije tako i u pogledu željene prosečne bitske brzine, je bolje na signal primeniti uniformnu a kada neuniformnu kvantizaciju. U nastavku će detaljnije biti opisani kriterijumi na osnovu kojih je moguće doneti ovakvu odluku, naravno sa osvrtom na numeričke rezultate. Broj nivoa kvantizacije za koji su urađene analize performansi kreće se u intervalu od 4 do 40 sa korakom 2.

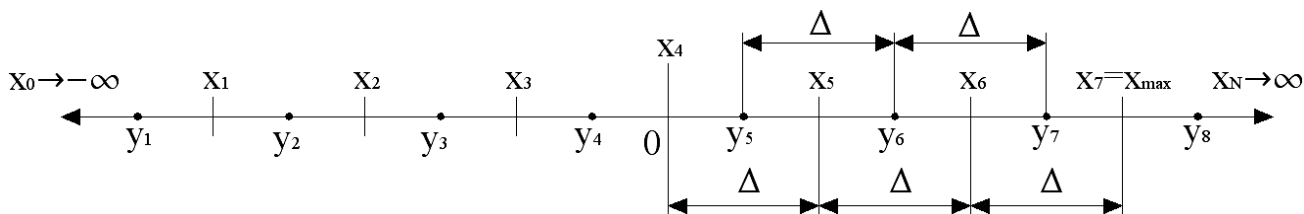
II. UNIFORMNA I NEUNIFORMNA KVANTIZACIJA

Najjednostavniji tip kvantizera je uniformni kvantizer. Svi intervali kvantizacije (segmenti) su iste veličine (širine), izuzev dva poslednja spoljna intervala, što znači da su nivoi odlučivanja x_i ($i=1, \dots, N-1$) podjednako razmaknuti, dok $x_0 \rightarrow -\infty$, a $x_N \rightarrow \infty$ (ovo će važiti i u slučaju neuniformnog kvantizera). Reprezentacioni nivoi y_j ($j=1, \dots, N$) su na istom rastojanju na kom se nalaze i nivoi kvantizacije. To znači, da su izuzev u dva poslednja spoljna intervala, reprezentacioni nivoi tačno na sredini intervala kvantizacije. Ovo konstantno rastojanje se naziva korak kvantizacije i najčešće obeležava sa Δ .

Z. H. Perić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (telefon: 018/529-101; e-mail: zoran.peric@elfak.ni.ac.rs).

J. R. Lukić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (e-mail: jelenalukicpk@gmail.com).

D. B. Denić, Elektronski fakultet u Nišu, Srbija (e-mail: dragan.denic@elfak.ni.ac.rs).



Sl. 1. Raspodela opsega uniformnog kvantizera za $N=8$ nivoa kvantizacije.

Sve prethodno rečeno, vezano za opseg uniformnog kvantizera, može se uočiti na ilustraciji raspodele opsega kvantizera za $N=8$ nivoa kvantizacije, prikazanoj na Sl. 1.

Poznato je da proces kvantizacije unosi grešku u signal, dok je objektivni kriterijum procene unete greške vrednost distorzije D . Da bi kvantizer bio optimalan, tj. da bi unosi minimalno izobličenje u signal pri obradi, potrebno je izvršiti minimizaciju distorzije, kao mere unete greške. Tačnije, proces projektovanja kvantizera, što u slučaju uniformnog kvantizera znači proračun koraka kvantizacije Δ , počiva upravo na minimizaciji distorzije.

U našem radu signal jedinične varijanse ima Laplasovu raspodelu [5], koja je predstavljena sledećim izrazom

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-|x|\sqrt{2}}, \quad (1)$$

dok je izraz za distorziju uniformnog kvantizera [5] sledeći

$$D = \frac{\Delta^2}{12} \left(2 \int_0^{x_{max}} p(x) dx \right) + 2 \int_{x_{max}}^{\infty} (x - y_N) p(x) dx. \quad (2)$$

Sa Sl. 1 se vidi da $x_{max}=x_{N-1}=x_7$ predstavlja donju granicu poslednjeg intervala kvantizacije u opsegu kvantizera. Vrednost y_N iz prethodnog izraza predstavlja reprezentacioni nivo iz poslednjeg segmenta kvantizera pa se stoga može izračunati kao

$$y_N = x_{max} + \frac{\Delta}{2}. \quad (3)$$

Uslov optimalnosti uniformnog kvantizera se matematički može predstaviti u jednostavnom obliku

$$\frac{\partial D}{\partial x_{max}} = 0. \quad (4)$$

Istovremeno na ovaj način dobijamo optimalnu vrednost nivoa x_{max} koja je neophodna za proračun vrednosti koraka Δ , pri kojoj kvantizer unosi najmanju grešku u signal. Kada je poznato x_{max} vrednost Δ se računa kao

$$\Delta = \frac{2x_{max}}{N-2}. \quad (5)$$

Često se radi procene performansi kvantizera, umesto distorzije koristi parametar odnos signal-šum kvantizacije $SQNR$ koji se računa kao

$$SQNR [dB] = 10 \log_{10} \left[\frac{1}{D} \right]. \quad (6)$$

U radu smo osim uniformnog analizirali i neuniformni kvantizer kao i njegov uticaj na signal. Za zadati broj nivoa kvantizacije (nivoa odlučivanja), uzimajući u obzir funkciju raspodele originalnog signala na ulazu u kvantizer, neuniformno rastojanje nivoa odlučivanja može dovesti do smanjenja nivoa šuma kvantizacije i manje osetljivosti na varijacije ulaznog signala. Postoje dva pristupa u pronalaženju optimalnog neuniformnog kvantizera, tj. pronalaženja optimalne kodne knjige. Jedan način je iterativni postupak poznat kao Lloyd-Max-ov

algoritam koji se bazira na *pdf* funkciji amplitude signala. Kako je ovaj postupak procesorski zahtevan uglavnom se koristi za manji broj nivoa kvantizacije, odnosno u našem slučaju za $N=4,6,\dots,16$. Izraz za distorziju optimalnog Lloyd-Max-ovog kvantizera je sledeći

$$D_{LM} = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - y_{i+1})^2 p(x) dx, \quad (7)$$

dok je izraz za odnos signal-šum kvantizacije dat jednačinom (6). Vrednosti nivoa odlučivanja i reprezentacionih nivoa iz jednačine (7) mogu se naći u [1], [5] pri čemu i u ovom slučaju $x_0 \rightarrow -\infty$, a $x_N \rightarrow \infty$.

Kada je u pitanju veći broj nivoa kvantizacije, u našem slučaju $N=18,20,\dots,40$ koristi se drugi način pronalaženja optimalne kodne knjige. Ovaj proces neuniformne kvantizacije obuhvata najpre kompresiju ulaznog signala nelinearnom transformacijom pomoću tzv. kompresorske funkcije $c(x)$, zatim kvantizaciju komprimovanog signala uniformnim kvantizerom, da bi na kraju usledio postupak ekspanovanja. Ekspanovanje kvantovanog signala $Q(c(x))$ takođe se vrši pomoću nelinearne funkcije koja je inverzna funkciji kompresije. Prethodno pomenuti procesi kompresije i ekspanzije pre i posle uniformne kvantizacije signala jednim imenom se nazivaju tehnika komandovanja, a neuniformni kvantizer koji ih izvršava, komandor.

Izraz za distorziju komandora, nakon primene kompresorske funkcije, izvodi se iz Benetovog integrala [1], i ima sledeći oblik

$$D_{cp} = \frac{1}{12N^2} \left(2 \int_0^{\infty} \sqrt[3]{p(x)} dx \right)^3 = \frac{9}{2N^2}. \quad (8)$$

Izraz za proračun nivoa kvantizacije komandora, koji su neophodni pri određivanju prosečne bitske brzine, a o čemu će kasnije biti više reči, ima sledeći oblik

$$x_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \ln \left[\frac{N}{2N-2i+(2i-N)e^{-\frac{\sqrt{2}}{3}x_N}} \right], \quad (9)$$

pri čemu važi $x_N \rightarrow \infty$ i $N/2 \leq i < N$ (ako se posmatra pozitivan deo opsega kvantizera koji je u potpunosti simetričan sa negativnim delom opsega) [5].

Performanse kvantizera se mogu oceniti na osnovu kvaliteta reprodukovano signala, tj. stepena sličnosti sa originalnim signalom (što se reprezentuje vrednošću $SQNR$ -a iz jednačine (6)), ali i na osnovu stepena kompresije koji je njime postignut. Na stepen kompresije, osim kvantizacije, utiče kodna tehnika primenjena za kodovanje odmeraka na izlazu kvantizera, i to putem vrednosti prosečnog broja bita upotrebljenih za predstavljanje odmeraka. Najjednostavniji način

kodovanja je onaj kada se svakom odmerku na izlazu kvantizera dodeli jednak broj bita, odnosno kada se svi odmerci predstave kodnim rečima fiksne dužine. Međutim, ova tehnika kompresije spada u one sa gubicima. Kod tipa kompresije bez gubitaka, u cilju minimizacije prosečnog broja bita po simbolu (odmerku), kraće kodne reči se dodeljuju simbolima koji imaju veću verovatnoću pojavljivanja, dok se duže kodne reči koriste za predstavljanje simbola za čije pojavljivanje postoji manja verovatnoća. Na ovaj način je ostvaren veći stepen kompresije uz zadovoljavajući kvalitet signala.

U ovom radu primenjen je algoritam Huffman-ovog kodovanja, koji je realizovan primenom gotovog MATLAB programskog koda. Huffman-ov kod je korišćen za kodovanje reprezentacionih nivoa. U nastavku će biti opisan Huffman-ov algoritam. Neka je dat izvor S sa simbolima s_i ($i=0,1,\dots,q$) čije su verovatnoće pojavljivanja P_i ($i=0,1,\dots,q$) [2]. U konkretnom slučaju, posmatranih kvantizera, kao simbole s_i ($i=0,1,\dots,q$, $q=N-1$) možemo posmatrati segmente iz opsega kvantizera. Verovatnoće P_i ($i=0,1,\dots,q$, $q=N-1$) su verovatnoće pojavljivanja segmenata unutar opsega kvantizera koje se određuju se na sledeći način:

$$P_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p(x) dx, \quad i=0,\dots,N-1 \quad (10)$$

gde su x_i nivoi odlučivanja ($x_0 \rightarrow -\infty$, $x_N \rightarrow \infty$) [1], [3], [4]. Pre nego što se ove verovatnoće ubace u MATLAB programski kod potrebno ih je postaviti u nerastući redosled.

Nakon sprovođenja algoritma dobijene su dužine kodnih reči l_i kojima se koduju pomenuti segmenti, a koje su neophodne za proračun srednje ili prosečne bitske brzine na sledeći način:

$$\bar{R} = \sum_{i=0}^{N-1} P_i l_i \quad (11)$$

Prosečna bitska brzina, u bitima po odmerku, pruručanata je za oba tipa skalarnih kvantizera na isti način i zajedno sa vrednostima $SQNR$ -a prikazana u delu sa numeričkim rezultatima. U radu [6] analizirani su kvantizeri isključivo za male bitske brzine.

III. KRITERIJUMI POREĐENJA PERFORMANSI KVANTIZERA I NUMERIČKI REZULTATI

Na kraju je potrebno da se na osnovu numeričkih rezultata pogledaju i međusobno uporede performanse uniformnog i neuniformnog kvantizera (za $N=4-16$ Lloyd-Max-ovog kvantizera, a za $N=18-40$ komandora). U Tabelama 1 i 2 prikazane su vrednosti odnosa signal-šum kvantizacije i srednje bitske brzine za sve vrednosti N .

Nakon detaljne analize rezultata uočava se da sa porastom broja nivoa raste i kvalitet reprodukovano signala, odnosno vrednost odnosa signal-šum kvantizacije, ali i da vrednost srednje bitske brzine raste. Isti zaključak se donosi analizom oba kvantizera. Uvek je poželjno postići visok nivo kvaliteta signala, ali ga i preneti sa što manje bita. Iz Tabela 1 i 2 se vidi da su vrednosti odnosa signal-šum kvantizacije neuniformnog kvantizera veće od

vrednosti odnosa signal-šum kvantizacije uniformnog kvantizera za svako N , ali su i vrednosti prosečne bitske brzine neuniformnog kvantizera uvek veće.

TABELA 1: UNIFORMNI KVANTIZER.

N	$SQNR$ (dB)	\bar{R} (b/odm.)
4	7,21009	1,806
6	9,72389	2,18
8	11,5349	2,472
10	12,957	2,634
12	14,1304	2,782
14	15,1306	2,926
16	16,0028	3,06
18	16,7766	3,1892
20	17,4723	3,3212
22	18,1045	3,44
24	18,6839	3,5119
26	19,2189	3,608
28	19,7158	3,6814
30	20,1799	3,7626
32	20,6152	3,816
34	21,0252	3,8726
36	21,4127	3,928
38	21,78	3,98
40	22,1293	4,0322

TABELA 2: NEUNIFORMNI KVANTIZER.

N	$SQNR$ (dB)	\bar{R} (b/odm.)
4	7,54006	1,806
6	10,4639	2,292
8	12,6379	2,606
10	14,3717	2,8826
12	15,8147	3,147
14	17,051	3,353
16	18,1325	3,513
18	18,5733	3,597
20	19,4885	3,7323
22	20,3163	3,872
24	21,0721	4,0001
26	21,7673	4,1195
28	22,411	4,2242
30	23,0103	4,3256
32	23,5709	4,4156
34	24,0975	4,5007
36	24,5939	4,5761
38	25,0635	4,652
40	25,5091	4,725

U ovom radu uveden je poseban kriterijum poređenja kvantizera kada je broj nivoa kvantizacije fiksiran. Izrazom (12) prikazan je očekivani porast vrednosti odnosa signal-šum kvantizacije

$$\Delta SQNR(N) \approx \Delta \bar{R}(N) \cdot \frac{dSQNR(N)}{d\bar{R}(N)}, \quad (12)$$

kada je razlika u brzini neuniformnog i uniformnog kvantizera $\Delta \bar{R}(N) = \bar{R}_m(N) - \bar{R}_u(N)$. Deo $dSQNR(N)/d\bar{R}(N)$ u izrazu (12) predstavlja nagib tangente na krivu zavisnosti odnosa signal-šum kvantizacije od broja kvantizacionih nivoa u tački koja odgovara fiksiranoj vrednosti N . Radi

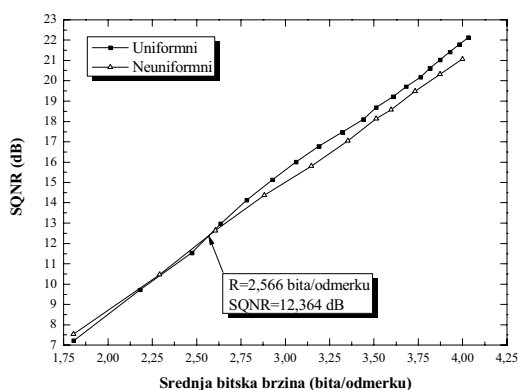
veće tačnosti nagib je proračunat kao aritmetička sredina nagiba sa donje strane (od $N-2$ do N) i nagiba sa gornje strane (od N do $N+2$) tačke N , odnosno kao

$$\frac{dSQNR(N)}{dR(N)} = \frac{1}{2} \left(\frac{dSQNR(N)}{\log_2\left(\frac{N}{N-2}\right)} + \frac{dSQNR(N)}{\log_2\left(\frac{N+2}{N}\right)} \right). \quad (13)$$

Izraz (12) daje vrednosti prikazane u drugoj koloni Tabele 3. Stvarni porast $SQNR$ -a neuniformnog kvantizera u odnosu na uniformni dat je u trećoj koloni Tabele 3, kao razlika $SQNR_{nu}(N) - SQNR_u(N)$. Sve vrednosti nivoa kvantizacije za koje je stvarni porast $SQNR$ -a neuniformnog kvantizera u odnosu na uniformni veći od očekivanog (po kriterijumu), su vrednosti N za koje je poželjnije koristiti neuniformni kvantizer za obradu signala. Boldirane vrednosti u Tabeli 3 ukazuju na slučajevne kada je bolje upotrebiti uniformni kvantizer.

TABELA 3: KRITERIJUM BROJA NIVOVA KVANTIZACIJE.

N	KRITERIJUM (dB)	$\Delta SQNR_{neunif}(N)$ (dB)
6	0.485	0.74
8	0.588	1.103
10	1.107	1.415
12	1.637	1.685
14	1.923	1.92
16	2.059	2.129
18	1.863	1.796
20	1.885	2.016
22	1.991	2.212
24	2.259	2.388
26	2.377	2.548
28	2.526	2.695
30	2.631	2.83
32	2.804	2.956
34	2.948	3.072
36	3.042	3.181
38	3.17	3.283



Sl. 2. Kriterijum fiksne bitske brzine.

Ako grafički predstavimo zavisnosti odnosa signal-šum kvantizacije od srednje bitske brzine za uniformni i

neuniformni kvantizer, možemo uočiti koji kvantizer daje bolji kvalitet kada je vrednost prosečne brzine fiksirana, što je i prikazano na Sl. 2. Posmatrali smo kvalitet signala za brzine do 4 bita/odmerku. Ako ovaj grafički prikaz uzmemo kao drugi kriterijum, videćemo da uniformni kvantizer daje bolji kvalitet signala za širi opseg brzina, tačnije za sve vrednosti brzina nakon tačke preseka krivih sa Sl. 2, tj. za brzine iznad 2,566 bita/odmerku. To znači da je, u zavisnosti od potreba i zahteva, nekad bolje koristiti uniformni, a nekad neuniformni kvantizer.

IV. ZAKLJUČAK

U radu su razvijeni kriterijumi za poređenje performansi skalarnih kvantizera, jedan za procenu kvantizera kada je broj nivoa kvantizacije fiksiran, dok drugi ukazuje na prednost jednog od kvantizera onda kada je vrednost prosečne bitske brzine fiksirana. U zavisnosti od potreba korisnik sam bira poredbeni kriterijum, a onda na osnovu njega i najbolji kvantizer. Prvi kriterijum ukazuje na prednost neuniformnog kvantizera, sem u slučajevima kada je broj nivoa $N=14$ i $N=18$. Po drugom kriterijumu uniformni kvantizer je bolji od neuniformnog za brzine veće od 2,566 bita/odmerku. Međutim, oba kriterijuma potvrđuju prednost neuniformnog kvantizera za veoma male brzine, tj. za brzine manje od 2,566 bita/odmerku.

LITERATURA

- [1] N. S. Jayant and P. Noll, "Digital Coding Of Waveforms, Principles and Applications to Speech and Video," New Jersey: Prentice Hall, 1984, 2nd ed., ch. 4, pp. 115-220.
- [2] D. Drajić, "Uvod u teoriju informacija i kodovanje," Beograd: Akademski misao, 2004, ch. 3, pp. 63-67.
- [3] Khalid Sayood, "Introduction to Data Compression," London: Elsevier Science, 2005, 3rd ed., ch. 9, pp. 227-271.
- [4] David Salomon, "A Concise Introduction to Data Compression," London: Springer, 2008, 1st ed., 61-92.
- [5] Z. Perić, J. Nikolić, D. Pokrajac, "Hybrid scalar quantizer for the Laplacian source", WSEAS Transactions on Communications, vol. 6, no. 1, pp. 60-65, 2007.
- [6] Z. Perić, L. Velimirović, J. Lukić, A. Jocić and D. Denić, "Konstrukcija kvantizera promenljive dužine i male bitske brzine za Laplasov izvor," in Proc. 17th Conf. TELFOR'09, Belgrade, 2009, pp.576-579.

ABSTRACT

This paper presents characteristics of a scalar quantizers, uniform and nonuniform. In addition, throughout analysis of numerical results, in the paper will be revealed cases when usage of the uniform quantizer is preferable, and when of the nonuniform quantizer, with reference to the number of quantization levels and desired bit rate. Sampled values of the input signal, modeled by the Laplacian probability density function, are encoded using Huffman's code. All analysis of the quantizers mentioned above are done for small and medium number of quantization levels.

ANALYSIS OF QUANTIZER OF LAPLACIAN DISTRIBUTION WITH VARIABLE LENGTH CODE WORDS FOR LOW BIT RATES

Zoran H. Perić, Jelena R. Lukić, Dragan B. Denić