

Primena alata za simboličko procesiranje u simulaciji OFDM predajnika

Miroslav Lutovac, *Senior Member, IEEE*, Vladimir Mladenovic i Božimir Mišković

Sadržaj —OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) je našao veliku primenu u telekomunikacijama a posebno u mobilnim telekomunikacijama, i postoji veći broj radova koji prikazuje numeričku simulaciju, na primer u Matlabu. Međutim i sami autori ovih simulacija su primetili da rezultati nisu onakvi kakvi se očekuju, i nisu mogli da objasne razloge neuobičajenih rezultata. U ovom radu je pokazano da se u ovakvim slučajevima mogu koristiti algebarski računarski alati, na primer Mathematica i SchematicSolver, da bi se pronašao razlog neslaganja teorijskih izvođenja i numeričkih simulacija. Pokazano je da numerička simulacija može da prikaže karakteristike filtra koje u suštini ne postoje. Primenom algebarski računarski alati se lako dokazuje kako su nastale greške i time dobija bolji uvid u rad primenjenog filtra.

Ključne reči —Algebarski računarski sistemi, OFDM, SchematicSolver, simbolička obrada signala.

I. UVOD

OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) je tehnika prenosa signala koja ima veći broj nosioca u kojoj se digitalni signali koduju preko većeg broja nosioca sa ciljem da se poveća vreme prenosa simbola čime sistem postaje robusniji na pojavu eha i višestruke putanje radio signala [1-3]. Ključni blok u implementaciji je FFT koji obezbeđuje da se dobije uniformni spektar signala nezavisno od sadržaja informacionog signala [1].

Mnogi istraživači mogu da koriste radove preglednog karaktera koji omogućavaju da se lakše razume suština ove tehnike, kao što je na primer [4]. Ako rad sadrži i kod u MATLAB-u [5], tada je značajno olakšana eksperimentalna analiza. Međutim, u pojedinim slučajevima se rezultati numeričke simulacije razlikuju od očekivanih, pa su mogući i pogrešni zaključci.

Algebarski računarski sistemi (computer algebra systems – CAS) i simbolička obrada signala mogu da pomognu u nekim slučajevima da se razume priroda problema i lakše dođe do uzročnika greška. U ovom radu biće razmotren jedan primer primene CAS u simulaciji OFDM i biće pokazano kako se dolazi do zaključka zašto se razlikuju numerička simulacija u MATLAB-u i teorijski

rezultati. Primer je urađen u programskom paketu *Mathematica* [6] i aplikacionom paketu *SchematicSolver* [7]. Korišćen je simulacioni model dat u [4]. Više detalja kako se CAS može koristiti u drugim aplikacijama može se naći u nedavno publikovanim radovima [8] – [11].

II. OFDM PREDAJNIK

A. E Simulacioni model

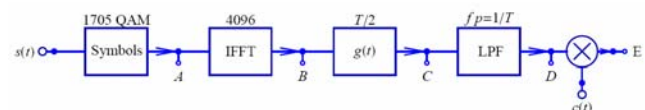
Simulacioni model se zasniva na OFDM signalu za DVB (Digital Video Broadcasting) standard za DTV (European terrestrial digital television) servis [4]. Korak-po-korak procedura koja je opisana u MATLAB-u data je u [4], a za CAS u [12].

B. OFDM simbol generator

Detaljan opis OFDM može se naći u [3] odakle je preuzet model generatora OFDM simbola. Kao što je opisano u [12], prvi korak je da se učita znanje aplikacionog paketa *SchematicSolver* u programu *Mathematica* komandom koja se izvršava u radnom dokumentu

```
Needs["SchematicSolver`"]
```

CAS omogućava da se u istom dokumentu pišu komande, formatira tekst za tehničku dokumentaciju ali i crtaju slike, kao što je blok dijagram koji opisuje predajnik. Uprošćeni model sistema koji je korišćen u [4] i [12], dat je na slici 1.



Sl. 1. Blok dijagram generatora OFDM simbola.

Učestanost nosioca je približno 90 MHz. Simulacioni period T je definisan za signal u osnovnom opsegu signala, a učestanost odabiranja je $R_s = 40/T$. U programu su generisani svi signali u tačkama A – E.

C. DVB-T parametri

Numeričke vrednosti koje su korišćene u ovom radu su iste kao i u [4]. Sve vrednosti su izabrane da budu celobrojne zato što CAS radi sa celobrojnim vrednostima kao da su simboli i svi rezultati su tačni, a ne približni. Sledi kod onako kako je definisan u [4] i [12]:

```
Tu = 224*10^-6; (* useful OFDM symbol period *)
T = Tu/2048; (* baseband elementary period *)
G = 0; (* choice of 1/4, 1/8, 1/16, and 1/32 *)
delta = G*Tu; (* guard band duration *)
Ts = delta + Tu; (* total OFDM symbol period *)
Kmax = 1705; (* number of subcarriers *)
Kmin = 0;
FS = 4096; (* IFFT/FFT length *)
```

Rad je delimično je finansiralo Ministarstvo nauke Republike Srbije, Projekat tehnološkog razvoja TR 11002.

M. D. Lutovac, Elektrotehnički fakultet u Beogradu i Državni Univerzitet u Novom Pazaru, Vuka Karadžića bb, Novi Pazar, Srbija; (e-mail: lutovac@etf.rs). Požarevac

V. Mladenović. Viša tehnička škola, Požarevac, Srbija; (e-mail: vlada@nadlanu.com).

B. Mišković, Telekom Srbija, (e-mail: bozimir@telekom.rs).

```

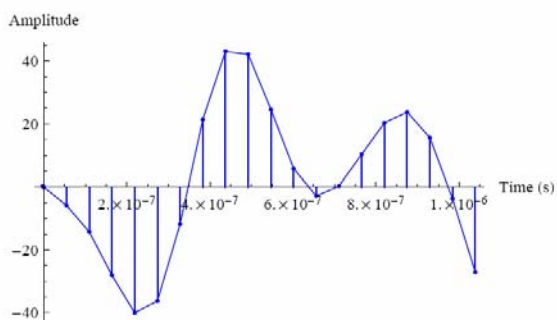
q=10;(*carrier period to elementary period ratio*)
fc = q*1/T;(* carrier frequency *)
Rs = 4*fc;(* simulation period *)
M = Kmax + 1;

```

OFDM spektar je centriran oko noseće učestanosti [4]. Za implementaciju su korišćene FFT i IFFT (T/2 je perioda odabiranja za simbole), a korišćeno je N=2048 tačaka za FFT i IFFT (FFT je Fast Fourier Transform, a IFFT je inverzni FFT).

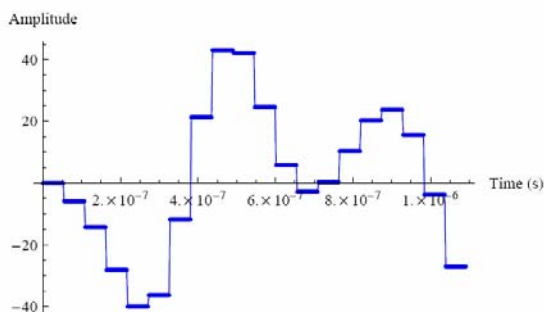
D. Informacioni signal

Generator slučajnih brojeva se koristi za simulaciju informacionog signala. Isti informacioni signal koji je generisan u [4] korišćenjem MATLAB koda korišćen je i u simulaciji sa programom *Mathematica*. Informacioni signal se sastoji od dve slučajne sekvence od kojih je jedna realna (u fazi), a druga imaginarna (fazno pomerena za 90°), a koje su označene sa **an1** i **an2**. Prema tome, pobudni informacioni signal **a** je niz od 1705 simbola koji mogu da budu +1 ili -1. Nakon ovih vrednosti sledi niz od 2391 nula, i tako se dobija signal u tački A blok dijagrama.



Sl. 2. Realni deo signala u tački B.

Signal u vremenskom domenu u tački B se dobija korišćenjem komande IFFT. Pošto sada informacioni niz predstavlja spektar signala u tački B, to je modul prvih 1705 spektralnih komponenti 1 (|+1| i |-1| informacionog signala postaje 1). Narednih 2391 spektralnih komponenti je 0, jer informacioni signal ima nulte vrednosti. *SchematicSolver* ima predefinisane komande za ovakve vrste aplikacija, pa je kod veoma jednostavan i kompaktan, kao što se može videti u [12]. Primer realnog dela signala u tački B dat je na slici 2, i identičan je signalu koji se dobija MATLAB kodom u [4].



Sl. 3. Realni deo signala u tački C.

E. Generisanje analognog signala

Informacioni signal je digitalni, a signal koji treba da se prenese treba da bude analogni. Za generisanje analognog signala u tački C korišćena je simulacija D/A konvertora

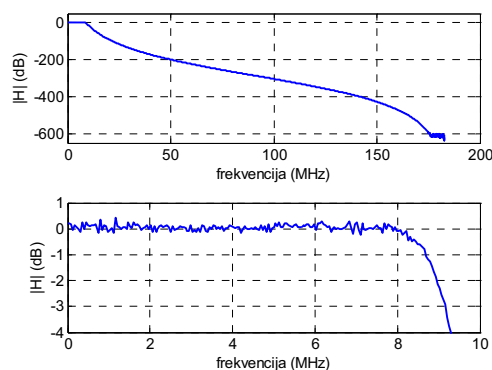
zasnovana na konvoluciji sa prozorskom funkcijom i primenom digitalnog filtra. Na slici 3 je signal koji se dovodi na ulaz filtra.

F. Butterworth-ov filter

U radu [4] je predloženo da se koristi Batervortov filter za generisanje analognog signala. U simulaciji, signal je i posle filtriranja takođe digitalan, ali pošto je učestanost odabiranja znatno veće od najveće spektralne komponente signala, u simulaciji se dobija utisak kao da je posle filtriranja dobijen analogni signal. U radu [4] je ovaj filter nazvan "reconstruction filter" ili "D/A filter".

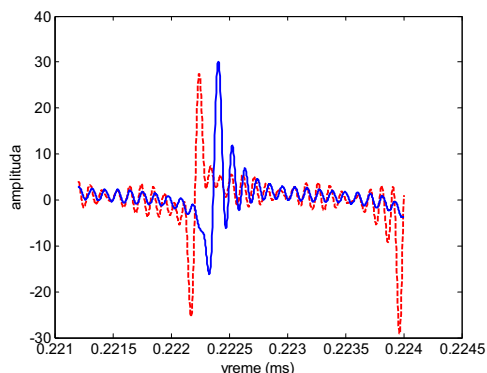
Autori rada [4] su izabrali digitalni filter 13-tog reda i Batervortovu aproksimaciju. Granica propusnog opsega filtra je približno na $1/T \approx 9.1429$ MHz. Za proračun filtra je korišćen MATLAB i funkcija iz *Signal Processing Toolbox*-a. Komanda `[b,a] = butter(13,1/20)`; izračunava **b** i **a** – koeficijente digitalnog filtra propusnika niskih učestanosti 13tog reda sa Batervortovom aproksimacijom. Drugi argument funkcije, 1/20, određuje takozvanu *cutoff* učestanost – učestanost na kojoj normalizovana amplitudska karakteristika ima vrednost $\sqrt{1/2}$. Učestanost nosioca je $10/T \approx 91.429$ MHz. Da bi izbegli probleme preklapanja spektra kontinualnog sistema zato što analiziramo u simulaciji vremenski diskretan signal, učestanost odabiranja mora da bude bar 2 puta veća. Autori rada [4] su predložili da učestanost odabiranja bude 4 puta veća, a to je $R_s \approx 365.71$ MHz. Zbog toga, takozvana 3dB- učestanost Batervortovog filtra treba da bude na $1/20$ Nikvistove učestanosti (koja u ovom primeru iznosi $R_s/2$), odnosno $(R_s/2)/20 \approx 9.1429$ MHz.

Batervortov filter treba da ima ravnu amplitudsku karakteristiku i to tako da je maksimalno ravan za $f=0$. Pošto je amplitudska karakteristika maksimalno ravna, ona je monotona u celom frekvencijskom opsegu. Na slici 9 je nacrtana amplitudska karakteristika dobijena komandom `freqz(b,a,FS,Rs)` u MATLAB-u. Može se zaključiti da je karakteristika monotona u celom opsegu na osnovu slike koja je data u radu [4] i grafika datog u prvoj vrsti na slici 4. Međutim, ako se pogleda samo propusni opseg, u drugoj vrsti slike 4, ne dobija se ravna karakteristika, i ima se utisak kao da postoji šum i oscilacije u propusnom opsegu. Simulacija u MATLAB-u pokazuje veliku varijaciju u propusnom opsegu od 0.5dB, što se vidi na slici 4.



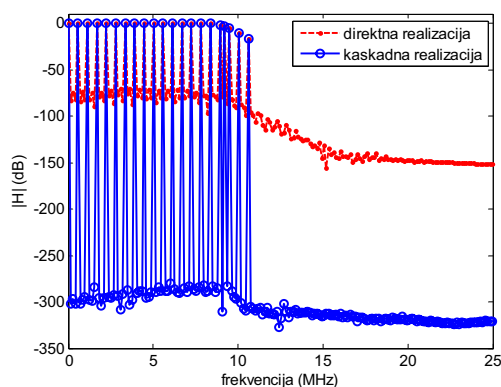
Sl. 4. Amplitudska karakteristika Batervortovog filtra 13tog reda dobijena simulacijom u MATLAB-u.

Autori rada [4] su primetili da postoje razlike u simulaciji u MATLAB-u i direktnoj simulaciji na platformi na kojoj su implementirali sistem. To je bio razlog da pokušamo da utvrdimo gde je i kako nastao problem, i da li stvarno postoji tako veliki šum na izlazu filtra ili se radi o sasvim drugom problemu. Numerički alati često ne mogu da se koriste za ovakve analize, a neiskusni korisnici mogu da donesu pogrešne zaključke. Primena algebarskih računarskih alata može da pomogne u donošenju ispravnih zaključaka.



Sl. 5. Test signal (isprekidanom linijom) i filtrirani signal (punom linijom) dobijeni simulacijom u MATLAB-u.

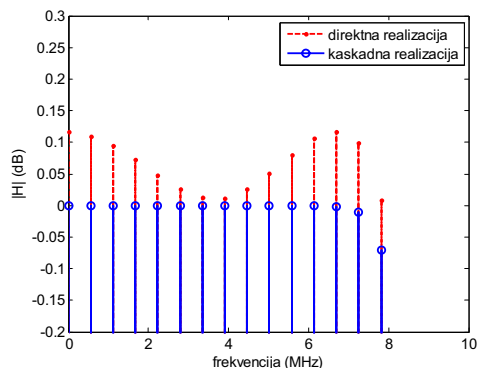
Za potrebe testiranja rada filtra, najpre je u MATLAB-u generisan pobudni signal koji se sastoji od jednosmerne komponente i niza sinusoidalnih signala učestanosti od 100 Hz do 1900 Hz, sa korakom od 100 Hz, koji donekle podseća na impulsnu pobudu, kao što se vidi na slici 5. Na izlazu filtra se dobija sličan signal, samo zakašnjen u vremenu, što je rezultat kašnjenja usled obrade u filtru. Na osnovu slike filtriranog signala u vremenskom domenu, očigledno je da u filtriranom signalu nema šuma i da nije došlo do nelinearnih izobličenja tokom obrade signala.



Sl. 6. Spektri filtriranih signala kaskadne i direktne realizacije dobijeni simulacijom u MATLAB-u.

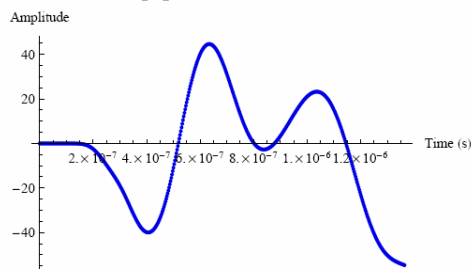
Na slici 6 je dat spektar filtriranih signala korišćenjem dve različite implementacije Batervortovog filtra 13tog reda. U propusnom opsegu, u razmeri koja je slična kao i kod crtanja amplitudske karakteristike na slici 4, može se zaključiti da su sve sinusoidalne komponente u propusnom opsegu prošle bez slabljenja. Međutim, nivo ostalih frekvencijskih komponenti koje ne postoje u pobudnom signalu, u filtriranom signalu postoje. Kod kaskadne realizacije one su manje od 250 dB u odnosu na korisni signal, što odgovara obradi signala sa pokretnom tačkom i

standardnom tačnošću. Međutim, kod direktne realizacije, nivo generisanih komponenti je oko 80 dB ispod nivoa korisnog signala. Očigledno je da je šum kvantizacije značajno veći kod direktne realizacije.



Sl. 7. Spektri filtriranih signala u propusnom opsegu za kaskadnu i direktnu realizaciju.

Na slici 7 je nacrtan spektar u propusnom opsegu. Nivo spektralnih komponenti kod kaskadne realizacije je približno jednak onom kako bi se i očekivalo kod Batervortovog filtra, a to je da je karakteristika ravna i blago opadajuća u propusnom opsegu. Iako su koeficijenti filtra generisani istim programom, u MATLAB-u, postoji oscilacija slična onoj koja se može uočiti i u spektru sa slike 4. Međutim, za razliku od amplitudske karakteristike filtra na slici 4, u spektru filtriranog signala nema oscilacija koje podsećaju kao da je prisutan šum. To znači da amplitudska karakteristika ne daje pravu sliku karakteristika filtra. Kada se koristi direktna realizacija filtra za filtriranje OFDM kompleksnog signala, dobija se slika 8 za realnu komponentu signala koja je slična onoj koja je data u radu [4].



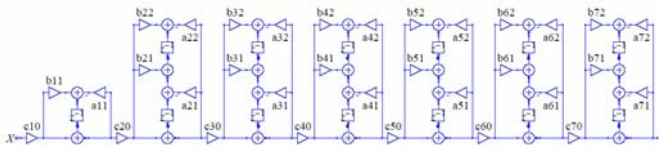
Sl. 8. Realna komponenta filtriranog signala u tački D.

Imaginarna komponenta filtra u vremenskom domenu je takođe slična onoj koja je dobijena u radu [4].

III. ANALIZA FILTRA KORIŠĆENJEM ALGEBARSKOG RAČUNARSKO SISTEMA

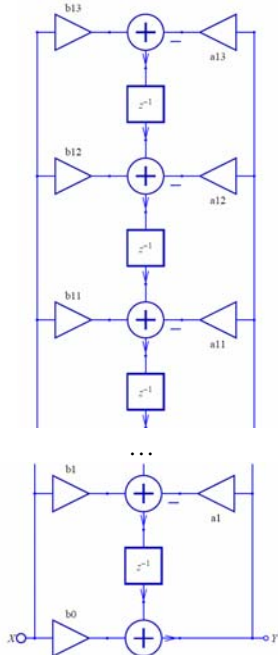
SchematicSolver se koristi za crtanje šema sistema koje se sastoje od simboličkih objekata, tako da se sistem opisuje listom listi koje opisuju elemente sistema i veze između elemenata. Za crtanje se koristi grafički korisnički interfejs, koji istovremeno generiše (1) grafički objekat u vidu šeme sistema, kao na slici 9 za kaskadnu implementaciju, i (2) tekstualni opis koji opisuje sistem. Na slici 10 je nacrtana šema direktne implementacije.

Pošto postoji opis sistema u vidu liste sa simbolički definisanim vrednostima koeficijenata filtra, korišćenjem komande za automatizovano rešavanje vremenski diskretnih sistema, dobija se funkcija prenosa filtra.



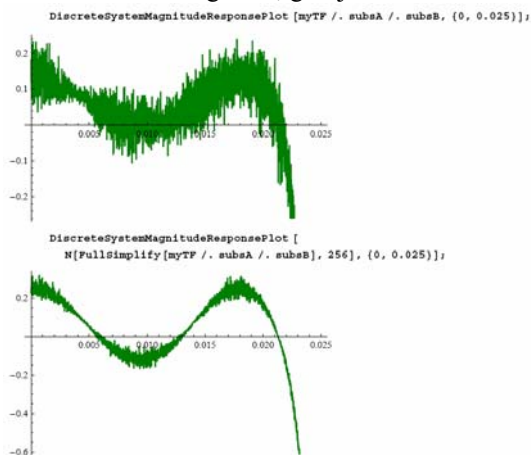
Sl. 9. Šema Batervortovog filtra 13tog reda – kaskadna realizacija.

Korišćenjem komande za automatizovano generisanje implementacionog koda, dobija se funkcija koja se zatim može koristiti za obradu signala umesto komande `filter` u MATLAB-u. To znači da se funkcija prenosa i implementacioni kod generišu za istu nacrtanu šemu.



Sl. 10. Šema Batervortovog filtra 13tog reda – direktna realizacija.

Simboličke vrednosti se mogu zameniti sa proizvoljnom tačnošću onda kada je to potrebno. Na primer, ako se nacrtata amplitudska karakteristika direktne realizacije sa standardnom tačnošću, dobija se slika kao da postoji šum, što je posledica numeričke greške, gornji deo slike 11.



Sl. 11. Amplitudska karakteristika sa standardnom tačnošću (gornja slika) i sa tačnošću na 256 cifara (donja slika).

Ako se koristi tačnost sa 256 decimala, uticaj greške je manji. Time se dokazuje da se greška ne pojavljuje usled šuma kvantizacije već usled numeričke greške pri izračunavanju funkcije prenosa. Polazeći od direktne realizacije

u simboličkom obliku, generisanjem funkcije prenosa sa većom tačnošću, dobijaju se koeficijenti direktne realizacije: kvantizacijom koeficijenata u direktnoj realizaciji se dokazuje da monotona karakteristika Batervortovog filtra dobija varijacije u propusnom opsegu. Time se dokazuje da promena amplitudske karakteristike nastaje usled kvantizacije koeficijenata filtra, i da je ova greška značajno manja kod kaskadne realizacije.

IV. ZAKLJUČAK

Ukoliko numeričke simulacije generišu neočekivane rezultate, algebarski računarski sistemi u nekim slučajevima, kao što je pokazano u ovom radu, mogu da budu korisni za pronalaženje uzroka greške. Takođe, teorijske karakteristike i implementacioni kod se generišu na osnovu istog opisa sistema, pa je lako odrediti uzroke ukoliko se simulacija razlikuje od teorijske karakteristike. Uticaj numeričkih grešaka na ostale performanse OFDM sistema, na primer na BER, biće urađene u realizaciji prijemnika.

REFERENCES

- [1] H. Schulze and C. Luders, *Theory and Applications of OFDM and CDMA - Wideband Wireless Communications*. West Sussex: John Wiley & Sons, 2005.
- [2] D. Porrat, "Information Theory of Wideband Communications," *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 9, no. 2, pp. 2-16, Second Quarter 2007.
- [3] R.V. Nee and R. Prasad, *OFDM Wireless Multimedia Communications*. Norwood, MA: Artech House, 2000.
- [4] G. Acosta. "OFDM Simulation Using Matlab." Smart Antenna Research Lab.: http://www.ece.gatech.edu/research/labs/sarl/tutorials/OFDM/Tutorial_web.pdf 2001.
- [5] MATLAB, MathWorks, Inc., Natick, MA, 2005
- [6] S. Wolfram, *The Mathematica Book*, Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [7] M.D. Lutovac and D.V. Tošić, "SchematicSolver Version 2.2", 2010.: http://books.google.com/books?id=9ue-uVG_JsC
- [8] M. D. Lutovac and D. V. Tošić, "Symbolic analysis and design of control systems using Mathematica," *International Journal of Control, Special Issue on Symbolic Computing in Control*, vol. 79, no. 11, pp. 1368–1381, 2006.
- [9] D. V. Tošić, M. D. Lutovac, "Advances in symbolic simulation of systems," *The IPSI BgD Transactions on Advanced Research*, vol. 3, no. 1, Jan. 2007.
- [10] M. D. Lutovac, V. M. Mladenovic, "Development of aeronautical communication system using computer algebra systems," in *Proc. XXV Symposium PosTel 2007*, Belgrade, Dec. 2007.
- [11] M. Lutovac, J. Čertić, L. Milić, "Digital Filter Design Using Computer Algebra Systems," *Circuits Syst Signal Process*, vol. 29, no. 1, pp. 51-64, 2010.
- [12] V. Mladenović, D. Porrat, M. Lutovac, "Simulation of OFDM Transmitters and Post Processing with SchematicSolver and Mathematica as a Computer Algebra System," Accepted for 5th ECCSC'10, November 23–25, 2010, Belgrade, Serbia.

ABSTRACT

The drawback of the numeric-based tools is that they may generate unexpected results. We present an original procedure for simulations of OFDM transmitter using computer algebra systems and symbolic signal processing (Mathematica and SchematicSolver) and discover the source of errors in numeric simulation.

OFDM SIMULATION USING SYMBOLIC SIGNAL PROCESSING TOOLS

M. Lutovac, V. Mladenovic, and B. Mišković