

# Verovatnoća detekcije objekta na slici scene

Barbarić Ž., Fetahović I., Pavlović A., DUNP, Novi Pazar

**Sadržaj** – U radu je dat uprošćen matematički model formiranja slike i analiziran je prag detekcije objekata na slici scene. Izvedene su relacije za verovatnoću detekcije za Rajsovu i Gausovu raspodelu nivoa sivog na slici scene. Numeričkim izračunavanjem vrednosti verovatnoće detekcije pokazano je da se Gausova raspodela može koristiti samo kada je odnos signal šum relativno veliki, veći od 10 dB. Za male vrednosti odnosa signal šum, za bilo koju verovatnoću lažnog alarma, dobijaju se male verovatnoće detekcije objekta na slici scene.

**Cljučne reči** – Prag detekcije, adaptibilni prag detekcije, verovatnoća lažnog alarma, verovatnoća detekcije.

## I. UVOD

Detekcija objekta na slici scene uz prisustvo šuma pozadine je statistički problem. Statistička teorija detekcije objekta na slici je data u mnogim knjigama i radovima.

Detekcija objekta na slici rešava se u zavisnosti od primene. U sistemima daljinske detekcije, slike se prenose kanalom ograničenog propusnog opsega zbog čega se vrši digitalizacija i redukcija podataka [1]. Poseban problem je detekcija malih objekata u šumu pozadine [2]. Klasična teorija postojanja i nepostojanja signala i optimalni prag detekcije uključuje Bajesov kriterijum detekcije [3]. Pored detekcije stacionarnih objekata na sceni javlja se potreba i za detekcijom pokretnih objekata. Za detekciju pokreta u slikama scene koristi se obrada slike razlike dobijena oduzimanjem pozadine od tekućeg frejma ili oduzimanjem sukcesivnih frejmova [4]. Ova detekcija je obično praćena uvođenjem nekog praga da bi se dobila binarna slika u kojoj će pikseli biti klasifikovani u dve klase (pozadina i pokretni objekat).

Međutim, uvek se analizira verovatnoća lažnog alarma kada je prisutan šum pozadine i senzora. U toku dugogodišnje analize termalnih slika scene uočili smo veliki uticaj zračenja ili refleksije drugih zračenja okoline objekta [5], [6]. Postavlja se pitanje detekcije objekta u uslovima različite okoline objekta na sceni. Na realnim slikama scene nivo sivog fluktuiru zbog šuma senzora i zbog fluktuacije emisije i refleksione radijanse okoline objekta. Po pravilu je visoka korelisanost nivoa sivog na slikama scene zbog korelisanosti scene i efekata prostorne i vremenske filtracije u senzoru slike.

Žarko Barbarić, Državni univerzitet u Novom Pazaru, ul. Vuka Karadžića bb, 36300 Novi Pazar, Srbija (telefon: 381-64-2922386, e-mail: [barbaric@etf.rs](mailto:barbaric@etf.rs))

Irfan Fetahović, Državni univerzitet u Novom Pazaru, ul. Vuka Karadžića bb, 36300 Novi Pazar, Srbija (telefon: 381-64-3626634, e-mail: [ifetahovic@np.ac.rs](mailto:ifetahovic@np.ac.rs))

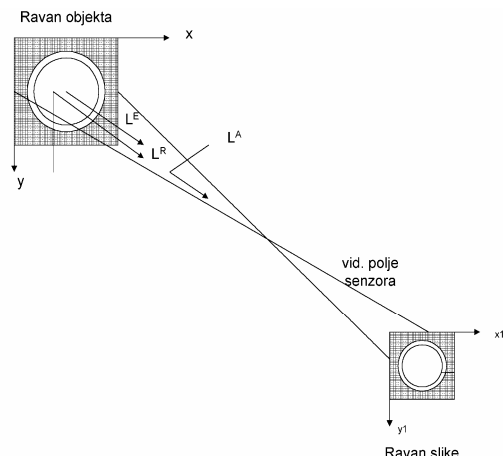
Aleksandra Pavlović, Državni univerzitet u Novom Pazaru, ul. Vuka Karadžića bb, 36300 Novi Pazar, Srbija (telefon: 381-64-0479783, e-mail: [apavlovic@np.ac.rs](mailto:apavlovic@np.ac.rs))

U ovom radu je data analiza uticaja zračenja i refleksije okoline objekta (klater) na detekciju objekta na slici scene. Analizirali smo prag detekcije objekta u slučaju Rajsove i Gausove gustine verovatnoće nivoa sivog na slici scene. Prepostavili smo Rejljevju funkciju gustine verovatnoće nivoa sivog slike scene kada nije prisutan objekat nego samo pozadina.

## II. POJEDNOSTAVLJEN MODEL FORMIRANJA SLIKE SCENE

Slika scene se formira na bazi prikupljanja i detekcije spektralne iradijance, koja sa scene dolazi na optički deo senzora slike (kamera). Spektralna iradijansa koja dolazi sa scene na senzor slike je posledica sopstvenog zračenja scene i refleksije prirodnih i veštačkih zračenja od scene. Pod scenom se podrazumeva prostor ograničen vidnim poljem optike senzora, od optike senzora do beskonačnosti. Dakle, scenu predstavljaju objekti, njihova okolina (pozadina) i atmosfera.

Zračenje scene u osnovi ima tri komponente: sopstveno zračenje objekata ili pozadine, zračenje atmosfere i refleksija zračenja Sunca i zvezda, kao i refleksija veštačkih izvora zračenja od scene [5]. Šematski prikaz preslikavanja ravni objekta u ravan slike i komponente zračenja scene su prikazani na slici 1.



Sl. 1. Šematski prikaz zračenja scene i preslikavanje ravni objekta u ravan slike.

Na slici 1 je prikazano da je u vidnom polju senzora objekat i njegova okolina. Objekat (površina ograničena dvostrukom kružnom linijom) je predstavljen emitovanom i reflektovanom spektralnom radijansom. Spektralna radijansa  $L_\lambda$  sa elementarne površine objekta  $\Delta x \Delta y$ , sa slike 1, data je relacijom:

$$L_\lambda = L_\lambda^E + L_\lambda^R \quad (2.1)$$

gde su:  $L_\lambda^E$  spektralna radijansa emitovana, a  $L_\lambda^R$  spektralna radijansa reflektovana sa elementarne površine objekta.

Obe komponente spektralne radijanse sa elementarne površine objekta  $\Delta x \Delta y$  do senzora (kamere) prolaze kroz atmosferu, koja ima spektralnu transmisiju i dodatno zrači, pa je ekvivalentna spektralna radijansa na ulazu u senzor:

$$L_\lambda^{EK} = \tau_\lambda (L_\lambda^E + L_\lambda^R) + L_\lambda^A = \tau_\lambda L_\lambda + L_\lambda^A \quad (2.2)$$

gde je  $\tau_\lambda$  spektralna transmitansa atmosfere, a  $L_\lambda^A$  je spektralna radijansa atmosfere. Navedene spektralne radijanse su funkcije koordinata na sceni i vremena. Pošto je vreme formiranja slike mnogo manje od sekunde, a vremenska konstanta scene je reda 100 sekundi, vremenska zavisnost se može zanemariti.

Optički sistem senzora preslikava raspodelu radijanse sa elementarnih površina scene na elemente detektora i formira sliku scene, kao što je prikazano na slici 1. Ovo preslikavanje scene u ravan slike može se predstaviti konvolucionim integralom spektralne radijanse i spektralne optičke transfer funkcije,  $O_\lambda$ , senzora slike

$$L_\lambda^{ES}(x_1, y_1) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} L_\lambda^{EK}(x, y) O_\lambda(x_1 - x, y_1 - y) dx dy \quad (2.3)$$

gde su  $x, y$  kordinate na sceni,  $x_1, y_1$  kordinate u ravni slike, a  $L_\lambda^{ES}$  predstavlja ekvivalentnu spektralnu radijansu preslikanu u ravan slike.

Detektor vrši integraciju preslikane spektralne radijanse po talasnoj dužini i transformiše incidentno zračenje u signal slike ili nivo sivog na slici

$$I(x_1, y_1) = G \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \mathfrak{R}_\lambda L_\lambda^{ES}(x_1, y_1) d\lambda \quad (2.4)$$

gde je  $G$  konstanta proporcionalnosti,  $\mathfrak{R}_\lambda$  spektralni faktor konverzije detektora senzora slike, a  $x_1, y_1$  kordinate na slici.

Iz relacije (2.4) se vidi da nivo sivog na slici zavisi od tipa detektora senzora slike i prostorne raspodele spektralne radijanse na terenu (sceni).

Kontrast nivoa sivog na slici  $C^{SL}$  je proporcionalan relativnom odnosu radijanse objekta i radijanse okoline, u opsegu talasnih dužina. Kontrast na slici je

$$C^{SL} = \frac{I_C - I_O}{I_O} = K \tau_A \frac{L_C - L_O}{L_O} = K \tau_A C^{SC} \quad (2.5)$$

gde je  $K$  konstanta proporcionalnosti,  $\tau_A$  integralna transmitivnost atmosfere,  $(L_C - L_O) / L_O = C^{SC}$  je integralna vrednost kontrasta na sceni.

Dakle, kontrast nivoa sivog na slici proporcionalan je redukovanom kontrastu radijanse na sceni, kao što se vidi iz relacije (2.5). U radu [5] su analizirani parametri televizijskih i termovizijskih slika. Razlike u vrednostima statističkih parametara televizijske i termovizijske slike bliske scene su posledica dominantnosti komponenata radijanse scene, dok je za slike daleke scene dominantan uticaj transmitivnosti atmosfere. Sličnost postoji zbog fizičkih dimenzija objekta na istoj sceni i sličnih principa vizuelizacije scene televizijskom i termovizijskom kamerom.

Složenost procesa detekcije objekata na slici scene može se razumeti dodatnom statističkom analizom relacija (2.4) i (2.5). Naime, fluktuacija nivoa sivog na slici scene zavisi od fluktuacija radijanse na sceni i šuma detektora senzora slike. Dominantan je uticaj fluktuacije radijanse scene, zbog čega je otežana detekcija objekata u šumu pozadine.

### III. VEROVATNOĆA LAŽNOG ALARMA I VEROVATNOĆA DETEKCIJE

Funkcija gustine verovatnoće amplituda signala,  $W_z$ , za procese ograničenog trajanja i frekventijskog propusnog opsega, data je relacijom [7]

$$W_z(z) = \frac{z}{\sigma^2} I_0\left(\frac{z\eta}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2 - \eta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.1)$$

gde je  $I_0$  modifikovana Beselova funkcija prve vrste nultog reda,  $\eta$  je srednja vrednost signala slike, a  $\sigma$  je standardna devijacija nivoa sivog na slici scene.

U slučaju prisustva samo šuma za  $\eta=0$  ova raspodela postaje Rejljeva [7]

$$W_z(z) = \frac{z}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.2)$$

Kada je na slici samo pozadina objekta, odnosno kada samo šum pređe prag detekcije dolazi do lažnog alarma. Verovatnoća lažnog alarma se lako dobija, integraljenjem Rejljeve raspodele (3.2) od praga  $Z_{pr}$  do beskonačnosti. Verovatnoća lažnog alarma se dobija u obliku

$$P_{LA} = \exp\left(-\frac{Z_{pr}^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.3)$$

Prag detekcije se dobija iz (3.3) u obliku

$$Z_{pr} = \sigma \sqrt{-2 \ln(P_{LA})} \quad (3.4)$$

Iz relacije (3.4) se vidi da za zadatu verovatnoću lažnog alarma prag detekcije direktno zavisi od standardne devijacije nivoa sivog na slici, odnosno fluktuacije nivoa sivog pozadine objekta.

Verovatnoća detekcije objekta na slici scene iz (3.1) se može odrediti kao

$$P_D = 1 - \int_0^{Z_{pr}} W_z(z) dz \quad (3.5)$$

Dakle, za svaku verovatnoću lažnog alarma menja se prag detekcije prema (3.4) pa i verovatnoća detekcije prema

$$(3.5). \text{ Posle uvođenja smena: } SNR = \frac{\eta^2}{\sigma^2}; t = \frac{z^2}{2\sigma^2}$$

verovatnoća detekcije postaje

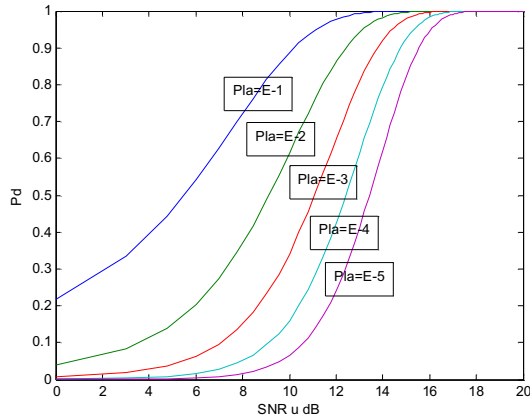
$$P_D = 1 - \exp(-0,5 SNR) \int_0^{-\ln(P_{LA})} \exp(-t) I_0(\sqrt{2t SNR}) dt \quad (3.6)$$

gde je  $0 \leq t \leq \ln(1/P_{LA})$ .

Iz (3.6) se vidi da se za zadatu verovatnoću lažnog alarma vrši integracija po  $t$  i dobije se jedna kriva za verovatnoću detekcije u funkciji SNR. Integral (3.6) se ne može rešiti u zatvorenoj formi. Numeričkom integracijom dobija se verovatnoća detekcije u funkciji odnosa signal-

šum i verovatnoće lažnog alarma, odnosno praga detekcije.

Na slici 2 prikazana je verovatnoća detekcije u funkciji SNR u dB, a parametar je verovatnoća lažnog alarma.



Sl. 2. Verovatnoća detekcije  $P_d$  u funkciji  $SNR$  u dB, za  $P_{LA}=10^{-5}$  do  $10^{-1}$ , za Rajsovu raspodelu.

Sa slike 2 se vidi da verovatnoća detekcije raste ako odnos signal-šum raste, za bilo koju vrednost praga detekcije. Međutim, veća verovatnoća detekcije se dobija za veći lažni alarm, za konstantan odnos signal-šum. Sa slike 2 se takođe vidi da za mali odnos signal-šum do 5 dB, verovatnoća detekcije je jako mala (manja od 0,4), za verovatnoće lažnog alarma manje od  $10^{-1}$ . Dobijeni rezultati su slični rezultatima u [8]. Sa slike 2 se vidi da je za zahtevanu konstantnu vrednost verovatnoće detekcije potrebno menjati prag detekcije u funkciji odnosa signal-šum. Za mali odnos signal-šum mora se smanjiti prag detekcije, odnosno povećati verovatnoća lažnog alarma.

Funkcija gustine verovatnoće amplituda, za Gausovu raspodelu, data je relacijom [7]

$$W_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(z-\eta)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.7)$$

gde je  $\eta$  srednja vrednost, a  $\sigma$  je standardna devijacija nivoa sivog na slici scene.

Verovatnoća detekcije u ovom slučaju je izvedena i dobijena u sledećoj formi

$$P_d = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta - Z_{pr}}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (3.8)$$

gde je  $\operatorname{erfc}(x)$  komplementarna funkcija greške [7].

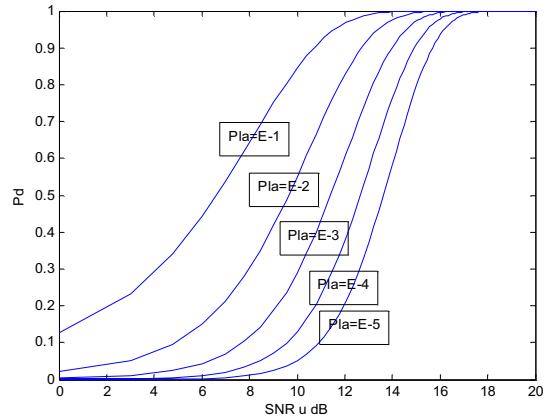
Posle smene vrednosti praga  $Z_{pr}$  iz (3.4) i za odnos signal-

šum  $SNR = \frac{\eta^2}{\sigma^2}$  dobija se da je verovatnoća detekcije objekta na slici scene

$$P_d = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{1}{2}SNR} - \sqrt{-\ln(P_{LA})}\right) \quad (3.9)$$

Relacija (3.9) daje direktnu zavisnost verovatnoće detekcije objekta od odnosa signal-šum i praga detekcije, za Gausovu funkciju gustine verovatnoće nivoa sivog na slici scene.

Na slici 3 prikazana je zavisnost verovatnoće detekcije od odnosa signal šum za Gausovu raspodelu nivoa sivog na slici.



Sl. 3. Verovatnoća detekcije  $P_d$  u funkciji  $SNR$  u dB, za  $P_{LA}=10^{-5}$  do  $10^{-1}$ , za Gausovu raspodelu.

Sa slike 3 se vidi da je tendencija promene verovatnoće detekcije objekta na slici scene slična kao i na slici 2. Treba primetiti da je verovatnoća detekcije manja za Gausovu nego za Rajsovu raspodelu, za male vrednosti odnosa signal šum. Verovatnoća detekcije po oba modela je slična, osim za male vrednosti odnosa signal šum, do oko 5 dB. Iz navedenog razloga može se koristiti Gausova funkcija gustine verovatnoće nivoa sivog na slici scene za relativno velike vrednosti odnosa signal šum.

#### IV. ZAKLJUČAK

Pojednostavljen model formiranja slike scene pokazuje da je na slici nivo sivog proporcionalan radijansi terena, a da fluktuacija nivoa sivog u stvari predstavlja fluktuaciju radijansa na terenu. Kontrast na slici scene je funkcija kontrasta na sceni redukovana za slabljenje atmosfere. U digitalizaciji slika prag detekcije je veoma značajan. Izveden je prag detekcije za Rejljeve funkcije gustine verovatnoće nivoa sivog pozadine. Izračunate su verovatnoća detekcije, za Rajsovu i Gausovu funkciju gustine verovatnoće, u funkciji odnosa signal-šum na slici scene, gde je verovatnoća lažnog alarma parametar.

Ako se zahteva konstantna vrednost verovatnoće detekcije potrebno je menjati prag detekcije u funkciji odnosa signal-šum. Za mali odnos signal-šum mora se smanjiti prag detekcije, odnosno povećati verovatnoća lažnog alarma. Izračunate vrednosti verovatnoće detekcije pokazuju da na ovim slikama treba primenjivati adaptibilan prag detekcije, a da je minimalno potrebno tri praga, za mali, srednji i veliki odnos signal šum.

## LITERATURA

- [1] Robert J. Bonneau, *A Constant Probability of Detection Model for Image Quantization*, AIPR '00 Proceedings of the 29th Applied Imagery Pattern Recognition Workshop, 2000.
- [2] Volkan Cevher, Rama Chellappa, James H. McClellan, "Gaussian Approximations for Energy-Based Detection and Localization in Sensor Networks", Institute for Advanced Computer Studies, University of Maryland, College Park, MD 20742,., Center for Signal and Image Processing Georgia Institute of Technology, Atlanta GA 30332, 2004.
- [3] David Middleton, "Threshold Detection in Generalized Non-Additive Signals and Noise" 127 E. 91 St., New York, NY 10128, December 22, 1997.
- [4] Bondžulić, B., Barbarić, Ž., "Prag detekcije pokretnih objekata u video sekvenci", TELFOR 2004.
- [5] Žarko Barbarić, "Poređenje statističkih osobina televizijske i termovizijske slike iste scene", TELFOR 2005.
- [6] R. G. Driggers, P. Cox, T. Edwards, *Introduction to Infrared Electro-Optical Systems*, Artech House, Boston-London, 1999.
- [7] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw Hill, 1965.
- [8] K. Seyrafi, S. A. Hovanessian, *Introduction to Electro-Optical Imaging and Tracking Systems*, Artech House, Boston-London, 1993.

### ABSTRACT

In this paper a simple mathematical model for image formed and threshold detection of object on image are analyzed. Probability detection equations for Rice and Gauss distributions of gray level are derived. It is shown by performing numerical calculations that Gauss distribution can only be used when values of signal-to-noise ratio are high, i.e. higher than 10 dB. For small values of signal-to-noise ratio, for any probability of false alarm detection, small values for detection probability of object on image are obtained.

### DETECTION PROBABILITY OF OBJECT ON IMAGE

Žarko Barabarić, Irfan Fetahović and Aleksandra Pavlović