

Automatizovano projektovanje simetričnih LC lestvičastih filtara za zadati red filtra

Vlastimir D. Pavlović i Miroslav D. Lutovac, *Senior Member, IEEE*

Sadržaj —Polazeći od realizacije simetričnog lestvičastog LC filtra sa dva pristupa bez gubitaka, izvedene su aproksimacione funkcije. Uzorni primer pokazuje da je dovoljno definisati red filtra, a sve karakteristike filtra (funkcija prenosa ili crtanje šeme) se automatski dobijaju u funkciji simboličkih vrednosti elemenata filtra. Vrednosti elemenata filtra se mogu naknadno odrediti definisanjem drugih uslova.

Ključne reči —Aproksimacione funkcije, simetrični LC lestvičasti filtri bez gubitaka.

I. UVOD

GENERISANJE aproksimacionih filterskih funkcija za Gegenbauer-ove, Legendre-ove i Chebyshev-ljeve ortogonalne polinome prve i druge vrste opisano je u rado-vima [1] i [2]. Generalizacija se može uraditi primenom klasičnih ortogonalnih kontinualnih Jacobi-jevih polinoma sa dva slobodna realna parametra na intervalu ortogonalnosti $[-1, +1]$ i raspodelom definisanom težinskom funkcijom

$$\omega(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta, x \in [-1, +1], \alpha, \beta > -1 \quad (1)$$

Aproksimacione filterske funkcije su polinomske ili racionalne funkcije po ω , i osim zadovoljenja specifikacija filtra u pogledu slabljenja u propusnom i nepropusnom opsegu, treba da zadovolje i neke druge kriterijume. Na primer, fazni pomeraj signala na nekoj učestanosti na izlazu filtra treba da bude srazmeran učestanosti za signal koji se filtrira, ili da Q faktor sekcija drugog reda bude manji od 20 da bi filter mogao da se implementira sa realnim komponentama. Aproksimacione funkcije se mogu koristiti za projektovanje pasivnih i aktivnih analognih ili digitalnih filtara [3-10].

Iterativna tehnika sinteze RLC lestvičastih filtara sa kompleksnim nulama prenosa, ili sa svim nulama prenosa u beskonačnosti a sa konačnim gubicima u reaktansama, zahteva složen postupak numeričkog izračunavanja vrednosti reaktansi sa konačnim Q faktorom [6, 7].

Proračun elemenata LC lestvičastog filtra sa idealnim komponentama je dobro definisan i postoje detaljno opisane procedure za projektovanje [5, 8]. Međutim, u nekim slučajevima se zahteva velika numerička preciznost

Rad je delimično je finansiralo Ministarstvo nauke Republike Srbije, Projekat tehnološkog razvoja TR 11002.

V. D. Pavlović, Elektrofakultet, Univerzitet u Nišu, Republika Srbija; (e-mail: vlastimir.pavlovic@elfak.ni.ac.rs, telefon: 018-529206).

M. D. Lutovac, Elektrotehnički fakultet u Beogradu i Državni Univerzitet u Novom Pazaru, Vuka Karadžića bb, Novi Pazar, Srbija; (e-mail: lutovac@etf.rs).

i nije dovoljna ni dvostruka tačnost koju ima većina programa. Ponekad je za uspešnu sintezu LC lestvičastog filtra neophodno je koristiti simboličku analizu i savremene programske pakete [8].

U ovom radu predlaže se korišćenje alata za simboličko procesiranje za generisanje aproksimacionih filterskih funkcija neparnog reda. Polazi se od željene strukture filtra, na primer od simetričnog LC lestvičastog filtera bez gubitaka. U radu je dato nekoliko primera simetričnih LC lestvičastih filtara bez gubitaka i dati su eksplicitni izrazi karakteristične funkcije filtra u funkciji L i C vrednosti elemenata filtra.

II. KARAKTERISTIČNA FUNKCIJA FILTRA

Karakteristična funkcija filterske funkcije se može odrediti iz uslova simetrične LC lestvičaste realizacije. Opšti oblik funkcije prenosa analognog filtra propusnika niskih učestanosti n -tog reda sa svim nulama prenosa u beskonačnosti uobičajeno se predstavlja u faktorizovanom obliku

$$H_n(s) = \frac{K_0}{\prod_{r=1}^n (s - s_r)} \quad (2)$$

Konstanta K_0 se bira tako da određuje slabljenje na nekoj učestanosti, na primer 0dB za $s=0$. Polovi funkcije prenosa su

$$s_r = \sigma_r + j\omega_r, \quad r(1, 2, 3, \dots, n)$$

Za stabilan filter polovi moraju biti u levoj polovini s ravni, odnosno, realni deo polova je negativan, a ako su polovi kompleksni, postoje kao konjugovano kompleksni parovi. Kada se imenilac funkcije prenosa razvije u polinomnu formu po s , svi koeficijenti funkcije prenosa moraju biti realni.

Termin da su sve nule prenosa u beskonačnosti znači da kada s teži beskonačnosti, $H(s) = 1/s^n$, što znači da H ima n -tostruku nulu u beskonačnosti.

Kvadrat amplitudske karakteristike filtra definiše se na imaginarnoj osi za $s = j\omega$:

$$H_n(s|_{s=j\omega}) H_n(-s|_{s=j\omega}) = H_n(j\omega) H_n(-j\omega) \quad (3)$$

Kvadrat amplitudske karakteristike filtra je racionalna funkcija po ω^2 , gde se sa A_n označava polinom:

$$H_n(j\omega) H_n(-j\omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 A_n(\omega^2)} \quad (4)$$

Postoje samo parni koeficijenti polinoma koji su realni, a dodatno se definiše parametar ε koje određuje maksimalnu varijaciju u propusnom opsegu:

$$H_n(j\omega) H_n(-j\omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \sum_{r=1}^n a_{2r} \omega^{2r}}. \quad (5)$$

Polinom $A_n(\omega)$ nazvaćemo aproksimacijom i definisaćemo dodatni uslov da na graničnoj frekvenciji propusnog opsega filtra, ω_p , ima jediničnu vrednost

$$A_n(\omega_p) = 1 \quad (6)$$

Aproksimacija je parna funkcija po ω . U slučaju funkcija neparnog reda, u ovom radu analiziraćemo uslov da je ona kvadrat polinoma po ω

$$A_n(\omega^2) = (B_n(\omega))^2 \quad (7)$$

U ovom radu ćemo ispitati da li za sve filtre sa simetričnom LC leštičastom realizacijom aproksimacija mora da zadovolji uslov (7).

Kvadrat amplitudske karakteristike filtra ima oblik:

$$H_n(j\omega) H_n(-j\omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \left(\sum_{r=1}^n b_r \omega^r \right)^2}. \quad (8)$$

Polinom $B_n(\omega)$ je striktno neparnog reda. Ideja je da se vrednosti LC elemenata filtra izraze u funkciji koeficijenata polinoma $B_n(\omega)$.

III. PROJEKTOVANJE KORIŠĆENJEM ALGEBARSKIH RAČUNARSKIH SISTEMA

A. Algebarski računarski sistemi

Za izvođenje izraza i projektovanje korišćena je softverskog paketa *Mathematica* [11] i posebno napisane funkcije koje omogućavaju automatizaciju projektovanja na sličan način kako je to urađeni u [12]. *Mathematica* je algebarski računarski sistem koji omogućava da se koriste manipulacije simbolima i funkcijama na način kako bi se ručno izvodili izrazi.

B. Inicijalizacija

Mathematica kod se izvršava u posebnom fajlu koji sadrži tekst, i kod sa komandama u posebnim ćelijama, a rezultati se prikazuju odmah nakon izvršenih komandi. Primer tri linije koda koji se koristi za učitavanje znanja (komande za crtanje šema), generisanje tabele mreže za crtanje šeme filtra, i brisanje sadržaja promenljivih (da ne bi došlo do pogrešne inicijalizacije u slučaju višestrukog izvršavanja), dat je na slici 1.

```
<< C://aaawork//Telfor_2010_lutovac//drawflib.mma
x = Table[i, {i, 400}]; y = Table[i, {i, 400}];
Clear[LCGrnd, LCImp, LCLine, LCNode, LCOut, LCRes,
Sl. 1. Deo koda za inicijalizaciju programa.
```

Ideja za automatizovano projektovanje se sastoji u tome da se napravi uzorni kod, kod koga se zatim menja minimalan broj parametara. S obzirom da znamo opštu strukturu leštičastog filtra, dovoljno je definisati red filtra kao ulazni parametar, a sve ostale linije koda su pripremljene za kasnije automatizovano izvršavanje za različite vrednosti reda filtra. Red filtra se definije

komandom dodele promenljivoj **nNodes**
nNodes = 4;

Sledeći deo koda prikazanog na slici 2 koristi se za automatizovano generisanje promenljivih, na primer naziva čvorova, vrednosti kapacitivnosti i induktivnosti, kao i impedansi i admitansi, na primer (Y1, Y2, Y3, Y4), kao i napona čvorova.

```
n = Table[StringJoin["N", ToString[i]], {i, nNodes}];
c = Table[StringJoin["C", ToString[i]], {i, nNodes}];
l = Table[StringJoin["L", ToString[i]], {i, nNodes - 1}];
y = Table[StringJoin["Y", ToString[i]], {i, nNodes}];
z = Table[StringJoin["Z", ToString[i]], {i, nNodes - 1}];
v = Table[StringJoin["V", ToString[i]], {i, nNodes}];
```

Sl. 2. Deo koda za generisanje naziva promenljivih.

Za automatsko generisanje je pogodno da se opis filtra generiše kao lista elemenata. Prvo se generiše lista koja odgovara strukturi filtra, a kasnije se u listi opisa šeme imenica strukture smenuje komandom za crtanje, pa je tako omogućeno i automatizovano crtanje. Mogućnost manipulacije simbolima je jedno od značajnijih funkcija algebarskih računarskih sistema. Stoga se na početku programa definišu liste smena koje će se kasnije koristiti prema željenoj obradi, na primer za crtanju šeme ili generisanje funkcije prenosa filtra.

```
x0 = 3;
y0 = 5;
smenadrawLC = {LCVS → DrawVS, LCNode → DrawNode, LCGrnd → DrawGrnd, LCLine → DrawLine, LCInd → DrawImp, LCRes → DrawRes};
smenadrawYZ = {LCVS → DrawVS, LCNode → DrawNode, LCGrnd → DrawGrnd, LCLine → DrawLine, LCCap → DrawCap, LCInd → DrawImp}.
```

Sl. 3. Deo koda za inicijalizaciju smena simbolički definisanih objekata.

C. Automatizovano crtanje šeme filtra

Šema filtra se najčešće sastoji od ulaznog dela, gde se nalazi generator signala koji treba da se filtrira, filterskog dela koji se sastoji od više sekcija koju su identične, i izlaznog dela gde se nalazi prijemnik koji prima filtrirani signal. Tako se generiše i šema filtra koja se sastoji od elemenata na ulazu i elemenata na izlazu filtra, a spajanjem dve liste se dobija jedinstvena specifikacija ulaza i izlaza filtra, kao što je pokazano na slici 4.

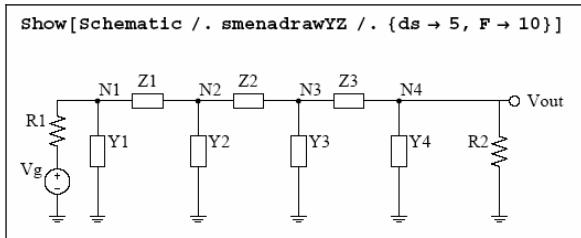
```
LCinput = {LCVS[x[[x0]], y[[y0]], y[[y0 + 2]], "", vg, LCGrnd[x[[x0]], y[[y0]], 0, ds/2], LCRes[x[[x0]], y[[y0 + 2]], y[[y0 + 5]], "", R1, 1, LCLine[x[[x0]], y[[y0 + 5]], x[[5]], y[[y0 + 5]]], LCNode[x[[x0 + 2]], y[[y0 + 5]], N1, 1, 1, F]};
LCoutput = {LCGrnd[x[[x0 + 2 + 5 * nNodes]], y[[y0]], 0, LCRes[x[[x0 + 2 + 5 * nNodes]], y[[y0]], y[[y0 + 5]]], LCLine[x[[x0 - 3 + 5 * nNodes]], y[[y0 + 5]], x[[x0 + 5]], LCOut[x[[x0 + 2 + 5 * nNodes]], y[[y0 + 5]], vout, 0, LCIout = Join[LCinput, LCoutput];
Sl. 4. Deo koda za opis ulaznog i izlaznog dela filtra.
```

Prva lista se sastoji od generatora naponskog signala **LCVS**, otpornika koji je deo generatora **LCRes**, linije **LCLine** koja povezuje delove sa prvim čvorom filtra **LCNode**. Naravno, definiše se i pozicija nultog čvora **LCGrnd**. Izlaz filtra **LCOut** je na rastojanju srazmernom redu filtra kako bi kasnije dodali kondenzatori i induktivnosti. Na slici 5 su definisane **Do** petlje koje generišu listu ostalih čvorova, listu serijskih grana i listu paralelnih grana. Sve liste se spajaju u jedinstvenu listu

koja opisuje šemu filtra. Treba zapaziti da je ceo postupak crtanja ovim kodom automatizovan i zavisi isključivo od reda filtra koji je definisan na početku.

```
LCnodes = {};
LCground = {};
LCseries = {};
LCparallel = {};
Do [LCnodes = Join[LCnodes,
{LCNode[x[[x0 - 3 + i * 5]], y[[y0 + 5]], n[[i]], 1, 1, F]}], {i, 2, n}
Do [LCseries = Join[LCseries,
{LCInd[x[[x0 - 3 + 5 i]], y[[y0 + 5]], x[[x0 + 2 + 5 i]], "", z[[i]],
{i, 1, nNodes - 1}]}
Do [LCparallel = Join[LCparallel,
{LCCap[x[[x0 - 3 + 5 i]], y[[y0]], y[[y0 + 5]], "", Y[[i]], 3, ds /.
Do [LCground = Join[LCground,
{LCGrnd[x[[x0 - 3 + 5 i]], y[[y0]], 0, ds / 2]}], {i, 1, nNodes}]
Schematic = Join[LCinout, LCnodes, LCseries, LCparallel, LCground];
Sl. 4. Deo koda za dodavanje čvorova, impedansi, admitansi i multnih čvorova u opisu šeme filtra.
```

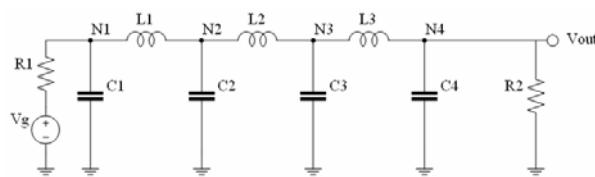
Crtanje šeme se izvršava komandom koja u listi opisa filtra svaki element zamenjuje komandom za crtanje tog elementa, a definiše i raster i raster i veličinu fonta, kao što je pokazano na slici 5.



Sl. 5. Komanda za crtanje i nacrtana šema.

Pošto su nacrtane impedanse i admitanse, ako se želi šema sa nacrtanim kondenzatorima i induktivnostima, sve što treba uraditi jeste da se dodeli drugačija smena koja crta odgovarajuće elemente, na primer slika 6 se dobija sa

```
Show[Schematic/. smenadrawLC /. Thread[Y->c] /.
Thread[Z -> 1] /. {ds -> 5, F -> 10}]
```



Sl. 6. Crtanje šeme sa LC elementima.

Vrednosti elemenata se preuzimaju iz liste simbola koja je automatski definisana u delu koda za inicijalizaciju, i tada je bio potreban samo podatak o redu filtra.

D. Izračunavanje funkcije prenosa

Na osnovu opisa filtra moguće je automatizovati generisanje sistema jednačina koje opisuju filter, kao što je pokazano na slici 7.

U jednačinama su korišćene smene simbola tako da se dobije opis sistema korišćenjem modifikovane nodalne analize. Za nalaženje svih napona čvorova u funkciji napona generatora i simboličkih vrednosti elemenata filtra koristi se komanda **Solve**. Količnik napona izlaznog čvora i napona generatora daje funkciju prenosa filtra. Na slici 8 je prikazan kod koji automatski generiše količnik izlaznog napona i napona generatora, u funkciji elemenata filtra.

Slika 9 pokazuje kako se određuje funkcija prenosa i crta slabljenje smenom simbola željenim numeričkim vrednostima. Slika 10 prikazuje slabljenje u propusnom opsegu.

```
CircuitEquations =
{v[[1]] * Y[[1]] + (v[[1]] - Vg) / R1 + (v[[1]] - v[[2]]) / Z[[1]] ==
0};
Do [CircuitEquations = Join[CircuitEquations,
{v[[i]] * Y[[i]] + (v[[i]] - v[[i - 1]]) / Z[[i - 1]] +
(v[[i]] - v[[i + 1]]) / Z[[i]] == 0}], {i, 2, nNodes - 1}]
CircuitEquations =
(Join[CircuitEquations,
{v[[nNodes]] * Y[[nNodes]] + v[[nNodes]] / R2 +
(v[[nNodes]] - v[[nNodes - 1]]) / Z[[nNodes - 1]] ==
0}) /. smenaV /. smenaZ /. smenaY // FullSimplify
{V1 - Vg + V1 Y1 + V1 - V2 / Z1 == 0, V2 Y2 + -V1 + V2 / Z1 + V2 - V3 / Z2 == 0,
V3 Y3 + -V2 + V3 / Z2 + V3 - V4 / Z3 == 0, V4 ((1 / R2) + Y4) + -V3 + V4 / Z3 == 0}
```

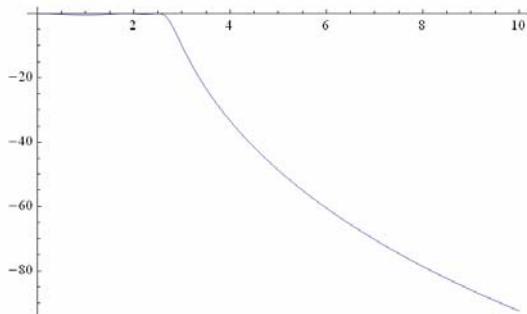
Sl. 7. Automatizovano generisanje jednačina filtra.

```
CircuitResponse =
Together[
Flatten[Solve[CircuitEquations /. smenaV /. smenaZ /. smenaY,
{v /. smenaV}]]];
Voutput = (v[[nNodes]] /. smenaV) / Vg /. CircuitResponse // Simplify
R2 / (Z1 + Z2 + Y2 Z1 Z2 + Z3 + Y2 Z1 Z3 + Y3 Z1 Z3 + Y3 Z2 Z3 + Y2 Z1 Z2 Z3 +
R2 (1 + Y4 Z1 + Y4 Z2 + Y4 Z3 + Y3 (Z1 + Z2) (1 + Y4 Z3) +
Y2 Z1 (1 + Y4 (Z2 + Z3) + Y3 (Z2 + Y4 Z2 Z3))) +
R1 (1 + Y2 Z2 + Y2 Z3 + Y3 Z3 + Y2 Y3 Z2 Z3 +
Y1 (Z2 + Z3 + Y3 Z2 Z3 + Z1 (1 + Y3 Z3 + Y2 (Z2 + Z3 + Y3 Z2 Z3))) +
R2 (Y2 + Y3 + Y4 + Y2 Y3 Z2 + Y2 Y4 Z2 + Y2 Y4 Z3 + Y3 Y4 Z3 + Y2 Y3 Y4
Z2 Z3 + Y1 (1 + Y4 Z1 + Y4 Z2 + Y4 Z3 + Y3 (Z1 + Z2) (1 + Y4 Z3) +
Y2 Z1 (1 + Y4 (Z2 + Z3) + Y3 (Z2 + Y4 Z2 Z3))))]
```

Sl. 8. Automatsko izračunavanje funkcije prenosa.

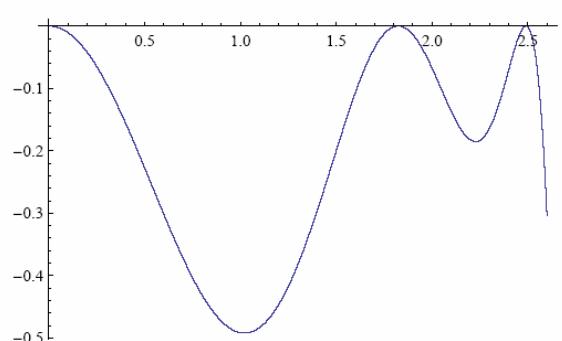
```
H = ((R1 + R2) / R2) Voutput /. smenaRLC /. smenaNum // Factor // N
227.556 / ((1.47603 + s) (2. + s) (2.50615 + s)
(7.2266 + 0.523972 s + s^2) (4.25619 + 1.49385 s + s^2))
```

```
Plot[20 * Log[10, Abs[H /. s -> I * w]], {w, 0, 10}]
```



Sl. 9. Funkcija prenosa za poznate numeričke vrednosti.

```
Plot[20 * Log[10, Abs[H /. s -> I * w]], {w, 0, 2.6}]
```



Sl. 10. Crtanje slabljenja u propusnom opsegu.

E. Aproksimaciona funkcija

Na osnovu definicije za generisanje aproksimacione funkcije, može se pokazati da se dobija polinom $B_n(\omega)$ u slučaju simetričnih elemenata filtra. Na slikama 11-14

prikazani su rezultati za različite redove filtra.

$$-\mathbf{w}^2 (-2 \mathbf{C1} + \mathbf{L2} + \mathbf{C1}^2 \mathbf{L2} \mathbf{w}^2)^2$$

Sl. 11. Aproksimaciona funkcija filtra trećeg reda.

$$-\mathbf{w}^2 (2 \mathbf{C1} + \mathbf{C3} - 2 \mathbf{L2} - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 + \mathbf{C3} \mathbf{L2}^2 \mathbf{w}^2 + \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3} \mathbf{L2}^2 \mathbf{w}^4)^2$$

Sl. 12. Aproksimaciona funkcija filtra petog reda.

$$\begin{aligned} & \mathbf{w}^2 (-2 \mathbf{C1} - 2 \mathbf{C3} + 2 \mathbf{L2} + \mathbf{L4} + 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 + 4 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C3} \mathbf{L2}^2 \mathbf{w}^2 + \mathbf{C1}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 + 2 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 + \mathbf{C3}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C3} \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3} \mathbf{L2}^2 \mathbf{w}^4 - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3} \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 - 2 \mathbf{C1} \mathbf{C3}^2 \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 + \mathbf{C3}^2 \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 + \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3}^2 \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^6)^2 \end{aligned}$$

Sl. 13. Aproksimaciona funkcija filtra sedmog reda.

$$\begin{aligned} & -\mathbf{w}^2 (2 \mathbf{C1} + 2 \mathbf{C3} + \mathbf{C5} - 2 \mathbf{L2} - 2 \mathbf{L4} - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 - 4 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C1} \mathbf{C5} \mathbf{L2} \mathbf{w}^2 + 2 \mathbf{C3} \mathbf{L2}^2 \mathbf{w}^2 + \mathbf{C5} \mathbf{L2}^2 \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 - 4 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C3}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C1} \mathbf{C5} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 - 2 \mathbf{C3} \mathbf{C5} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 + 4 \mathbf{C3} \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 + 2 \mathbf{C5} \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^2 + \mathbf{C5} \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^2 + 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3} \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 + \mathbf{C1}^2 \mathbf{C5} \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 + 4 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{C5} \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 - 2 \mathbf{C3}^2 \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 + 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C5} \mathbf{L2} \mathbf{L4} \mathbf{w}^4 + 2 \mathbf{C1} \mathbf{C3} \mathbf{C5} \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^4 + \mathbf{C3}^2 \mathbf{C5} \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^4 - 2 \mathbf{C3} \mathbf{C5} \mathbf{L2} \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^4 + 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3}^2 \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^6 - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3} \mathbf{C5} \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4} \mathbf{w}^6 - 2 \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3} \mathbf{C5} \mathbf{L2} \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^6 + \mathbf{C3}^2 \mathbf{C5} \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^6 + \mathbf{C1}^2 \mathbf{C3}^2 \mathbf{C5} \mathbf{L2}^2 \mathbf{L4}^2 \mathbf{w}^8)^2 \end{aligned}$$

Sl. 14. Aproksimaciona funkcija filtra 11tog reda.

Ovime je pokazano da je aproksimaciona funkcija kvadrat polinoma $B_n(\omega)$.

F. Određivanje vrednosti elemenata filtra

Može se postaviti pitanje da li relacija (7) važi za bilo koji LC filter neparnog reda (komentar recenzenta), a ne samo za simetrične LC filtre. Na primeru filtra 3. reda biće određena vrednost $C2$ tako da bude zadovoljen uslov (7).

Najpre je određena aproksimaciona funkcija za filter trećeg reda za slučaj filtra koji ne mora da bude simetričan

$$af = -1 + 1 / M // FullSimplify$$

Dobijen je rezultat na osnovu koga se ne može utvrditi da je funkcija kvadrat nekog polinoma

$$\frac{1}{4} ((C1 + C2 - L1)^2 w^2 + L1 (-2 C1 C2 (C1 + C2) + (C1^2 + C2^2) L1) w^4 + C1^2 C2^2 L1^2 w^6)$$

Ako se zada uslov da važi simetrija, dobija se da funkcija jeste kvadrat polinoma

$$af /. C2 \rightarrow C1 // FullSimplify$$

$$\frac{1}{4} w^2 (L1 + C1 (-2 + C1 L1 w^2))^2$$

Pošto se u oba slučaja pojavljuje konstanta $1/4$ i w^2 , što je kvadrat polinoma $w/2$, analiziraćemo samo drugi deo funkcije

$$af1 = (af * 4 / w^2) // FullSimplify$$

$$(C1 + C2 - L1)^2 + L1 (-2 C1 C2 (C1 + C2) + (C1^2 + C2^2) L1) w^2 + C1^2 C2^2 L1^2 w^4$$

Koefficijenti polinoma po w se mogu izračunati na sledeći način

$$caf1 = CoefficientList[af1, w]$$

$$\{(C1 + C2 - L1)^2, 0, L1 (-2 C1 C2 (C1 + C2) + (C1^2 + C2^2) L1), 0, C1^2 C2^2 L1^2\}$$

Da bi polinom bio kvadrat nekog polinoma, mora da zadovolji uslov da je proizvod prvog i poslednjeg koefficijenta jednak kvadratu srednjeg koefficijenta pomnoženog sa 4

$$uslov = caf1[[3]]^2 - 4 caf1[[1]] caf1[[5]] // FullSimplify$$

$$-(C1 - C2)^2 (C1 + C2) L1^3 (4 C1 C2 - (C1 + C2) L1)$$

Iz prethodnog izraza proizilazi da je **uslov** jednak nuli ako je $C2=C1$ ili $(4 C1 C2 - C1 L1 - C2 L1 = 0)$, za slučaj da su vrednosti elemenata pozitivne. Prvo rešenje je slučaj da je filter simetričan, a za $4C1>L1$ drugo rešenje je

$$C2 \rightarrow \frac{C1 L1}{4 C1 - L1}$$

Ova analiza pokazuje da je aproksimaciona funkcija kvadrat polinoma ako je filter neparnog reda simetričan, ali i da postoje još neka rešenja. U opštem slučaju, filter koji nije simetričan ne mora da ima aproksimacionu funkciju koja je kvadrat polinoma.

IV. ZAKLJUČAK

U radu je pokazan uzorni primer analize simetričnog LC lešvičastog filtra bez gubitaka tako da korisnik treba da unese samo vrednost za red filtra. Planira se primena istog postupka i za projektovanje LC filtera sa gubicima.

LITERATURA

- [1] A. D. Ilić, and V. D. Pavlović, "A new class of all-pole filter function synthesis by Christoffel-Darboux formula for Gegenbauer polynomials," *TELFOR*, Vol. 5.18., Nov. 2008.
- [2] V.D. Pavlović i A. D. Ilić, "Direktna sinteza monotonih i nemonotonih filterskih funkcija primenom Christoffel-Darboux-ove formule za klasične ortogonalne polinome", *ELEKTRO-TEHNIKA*, Vol. 51, No. 5, pp. 7-14, 2006.
- [3] B. D. Raković and M. V. Popović, "Explicit expression for the characteristic function of generalized Legendre filters," *Circuit Theory and Applications*, Vol. 6, 363-373, 1978.
- [4] V. D. Pavlović, "Direct Synthesis of Filter Transfer Functions," *IEE Proceedings*, Vol. 131, Pt. G. No. 4, pp. 156-160, 1984.
- [5] A. I. Zverev, *Handbook of Filter Synthesis*, John Wiley, New York, 1976.
- [6] V. D. Pavlović, "Lossy LC Ladder Filter Synthesis," *VIII International Conference*, Cavtat, 1986, pp. 1102.1-1102.
- [7] V. D. Pavlović and M. V. Popović, "An Iterative Method for Lossy LC Ladder filter synthesis," *European Conf. on Circuit Theory and design*, Proceedings, September 1987, Paris, pp. 185-190.
- [8] M. D. Lutovac, D. V. Tošić, B. L. Evans, *Filter Design for Signal Processing Using MATLAB and Mathematica*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2001.
- [9] J. Neirynck and Lj. Milić, "Comparison of effects of tolerance and parasitic loss in components of resistively terminated LC ladder filters," *Proc. IEE*, Vol. 128, Pt. G., No. 2, pp. 87-90, Apr. 1981.
- [10] V. D. Pavlović, "Explicit form of All-pole Filter Function with Decreasing Envelope of the Summed Sensitivity," *International Journal Circ. Theory and Applications*, (Accepted for publication).
- [11] S. Wolfram, *The Mathematica Book*, Cambridge: Cambridge University Press, Wolfram Media, v7-2010
- [12] M.D. Lutovac and D.V. Tošić, "SchematicSolver Version 2.2", 2010: http://books.google.com/books?id=9ue-uVG_Jsc

ABSTRACT

LC lossless odd-order filters can be analyzed and designed using computer algebra systems. The only parameter that is necessary to define by user is the filter order. The whole code automatically generates the filter schematic, transfer function, and approximating function.

AUTOMATED DESIGN OF SYMMETRIC LOSSLESS LC FILTERS FOR SPECIFIED FILTER ORDER

Vlastimir D. Pavlović and Miroslav D. Lutovac