

# Performanse SSC diverziti prijemnika u kanalu sa korelisanim kompozitnim fedingom

Jelena A. Anastasov, Mihajlo Č. Stefanović, *Member, IEEE*, Stefan R. Panić, Nikola M. Sekulović, Aleksandra M. Cvetković

**Abstract** — U ovom radu prikazana je analiza performansi SSC (*switch and stay selection combining*) diverziti tehnike u kanalu sa kompozitnim fedingom. Pojava fedinga i efekta senke u kanalu su modelovani generalizovanom- $K$  ( $K_G$ ) raspodelom. Razmatran je uticaj korelacije između grana prijemnika i izvedeni su izrazi za izračunavanje funkcije gustine verovatnoće (pdf) i kumulativne funkcije raspodele (cdf) odnosa signal-šum (SNR) na izlazu iz prijemnika. Na osnovu izvedenih izraza prikazana je analiza verovatnoće greške (ABER) prenosa u datom kanalu.

**Keywords** — verovatnoća greške,  $K_G$  raspodela, kompozitni feding, SSC prijemnik.

## I. UVOD

PRENOS u telekomunikacionim sistemima je izložen negativnom uticaju pojave fedinga i efekta senke. Feding nastaje kao posledica prostiranja signala po više putanja usled refleksije, refrakcije i rasipanja signala. Efekat senke nastaje kao posledica devijacije terena i velikih objekata između predajnika i prijemnika [1].

Kombinacija pojave fedinga i efekta senke u prenosnom kanalu se često javlja istovremeno. To je takozvani kompozitni feding. Pojava fedinga se najčešće modeluje Rajsovom, Rejljevom i Nakagami- $m$  raspodelom, a efekat senke log-normalnom raspodelom. [1]-[3] su radovi u kojima je analiziran kanal modelovan log-normalnom raspodelom. U literaturi se koristi i Gamma raspodela kao jednostavnije rešenje za opis kanala sa efektom senke [4]. Pored Gamma raspodele, koriste se i generalizovana-Gamma raspodela,  $G$  raspodela [5],  $K$  raspodela [6] i generalizovana- $K$  ( $K_G$ ) raspodela u modelovanju kanala sa kompozitnim fedingom [7]-[10].

U cilju suzbijanja lošeg uticaja fedinga i povećanju pouzdanosti prenosa u telekomunikacionom kanalu koristi se tehnika diverziti prenosa. Prostorna diverziti tehnika

Ovaj rad je delom finansiran od strane Ministarstva nauke Republike Srbije u okviru projekta "Razvoj i realizacija nove generacije softvera, hardvera i usluga na bazi softverskog radija za namenske aplikacije" (evid.br.-11030).

Jelena A. Anastasov, Elektronski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija, (phone: 381-18-529304, e-mail: anastasovjelena@gmail.com)

Mihajlo Č. Stefanović, Elektronski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija, (e-mail: mihajlo.stefanovic@elfak.ni.ac.rs)

Stefan R. Panić, Prirodno-matematički fakultet, Ivo Lole Ribara 3, 38300 Kosovska Mitrovica, Srbija, (e-mail: stefanpnc@yahoo.com)

Nikola M. Sekulović, Elektronski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija, (e-mail: sekulani@gmail.com)

Aleksandra M. Cvetković, Elektronski fakultet, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija, (e-mail: aleksandra.cvetkovic@elfak.ni.ac.rs)

koristi više od jedne oslabljene kopije signala na prijemu [11]. Postoji više vrsta diverziti tehnika: SC (*selection combining*), SSC (*switch and stay combining*), EGC (*equal-gain combining*), MRC (*maximal-ratio combining*) i kombinacija MRC i SC tehnika takozvana GSC diverziti tehnika (*generalized selection combining*) [11], [12]. Najjednostavnija tehnika kombinovanja u poređenju sa drugim tehnikama je SSC diverziti metod. Zbog toga se SSC šema najčešće koristi u implementaciji.

Nezavisno od stanja u kanalu, prenosni signali su najčešće korelisani zbog malog rastojanja između diverziti antena na prijemu. Zbog toga je vrlo važno u analizi performansi diverziti sistema razmatrati i pojam korelacije.

U ovom radu je prikazana analiza SSC diverziti prijemnika u kanalu sa kompozitnim  $K_G$  fedingom. Kao kriterijum za izračunavanje mera performansi sistema korišćen je odnos signal-šum (SNR). Izvedeni su izrazi za izračunavanje funkcije gustine verovatnoće (pdf) i kumulativne funkcije raspodele (cdf) SNR-a na izlazu iz prijemnika. Na osnovu izvedenih izraza, izračunata je verovatnoća greške sistema za binarnu diferencijalnu faznu modulaciju (BDPSK) i za nekoherentnu binarnu frekvencijsku modulaciju (BFSK). Dobijeni rezultati su prikazani i grafički.

## II. PRENOSNI KANAL

U ovom radu se razmatra bežični komunikacioni sistem u kanalu sa  $K_G$  fedingom.  $K_G$  raspodelom se opisuje veliki broj različitih modela prenosnih kanala sa kompozitnim fedingom.

Funkcija gustine verovatnoće trenutne anvelope signala  $r$  na  $i$ -toj ulaznoj grani ( $i=1, 2$ ) je data [8, (1)]

$$p_{r_i}(r) = \frac{4m^{(m+k)/2}}{\Gamma(m)\Gamma(k)\Omega^{(m+k)/2}} \times r^{m+k-1} K_{k-m} \left[ 2 \left( \frac{m}{\Omega} \right)^{1/2} r \right], r \geq 0 \quad (1)$$

gde je  $K_{k-m}(\cdot)$  modifikovana Bessel-ova funkcija druge vrste i  $(k-m)$ -tog reda [13, (8.407)],  $\Gamma(\cdot)$  je Gamma funkcija [13, (8.31)] i  $\Omega = E(r^2)/k$  ( $E(\cdot)$  je matematičko očekivanje). Parametar  $m$ , ( $m \geq 0.5$ ), je parametar oštine fedinga, a parametar  $k$ , ( $k > 0$ ), parametar oštine efekta senke. Promenom vrednosti parametara  $m$  i  $k$  opisuje se veliki broj različitih stanja prenosnog kanala.

Trenutna vrednost SNR-a po simbolu na  $i$ -toj grani se

definiše  $\gamma_i = r_i^2 E_s / N_0$ , gde je  $E_s$  energija signala po simbolu i  $N_0$  spektralna gustina snage šuma. Srednja vrednost SNR-a je u tom slučaju data kao  $\bar{\gamma}_i = \Omega_i k E_s / N_0$ . Oslanjajući se na prethodne definicione izraze, dobijamo pdf trenutnog ulaznog SNR-a

$$p_{\gamma_i}(\gamma) = \frac{p_{r_i}(r)}{d\gamma/dr} \Big|_{r=f^{-1}(\gamma)} = \frac{2}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \left(\frac{mk}{\bar{\gamma}}\right)^{(m+k)/2} \times \gamma^{(m+k-2)/2} K_{k-m} \left[ 2 \left(\frac{mk\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{1/2} \right] \quad (2)$$

i cdf trenutnog SNR-a

$$F_{\gamma_i}(\gamma) = \int_0^\gamma p(t) dt = \frac{1}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \left(\frac{mk}{\bar{\gamma}}\right)^{(m+k)/2} \gamma^{(m+k)/2} \times G_{1,3}^{2,1} \left[ mk\gamma/\bar{\gamma} \left| \begin{matrix} 1-(m+k)/2 \\ (k-m)/2, -(k-m)/2, -(m+k)/2 \end{matrix} \right. \right] \quad (3)$$

gde je  $G_{p,q}^{m,n}[\cdot]$  MeijerG funkcija [13, (9.301)].

Prostorna korelacija između grana na prijemu postoji ukoliko je rastojanje između antena malo, što je čest slučaj u praksi zbog korišćenja malih terminala u kojima je potrebno smestiti diverziti sistem.

Ako uzmemo u obzir pdf dve promenljive sa korelisanom  $K_G$  raspodelom  $p_{x_1, x_2}(x_1, x_2)$  sa identičnim parametrima ( $m=m_1=m_2$  i  $k=k_1=k_2$ ), [9, (4)]

$$p_{x_1, x_2}(x_1, x_2) = \frac{16}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \sum_{a,b=0}^{\infty} \frac{(m)^\epsilon \rho_n^a \rho_g^b}{\Gamma(m+a)\Gamma(k+b)} \times \frac{\prod_{i=1}^2 (x_i / \sqrt{\Omega_i})^\epsilon K_\psi(2\sqrt{m/\sigma_i} x_i)}{a!b!(1-\rho_n)^{k+a+b} (1-\rho_g)^{m+a+b} x_1 x_2} \quad (4)$$

i Jakobijan transformacije

$$|J| = \frac{\begin{vmatrix} \partial x_1 & \partial x_1 \\ \partial \gamma_1 & \partial \gamma_2 \\ \partial x_2 & \partial x_2 \\ \partial \gamma_1 & \partial \gamma_2 \end{vmatrix}}{4E_s \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}} = \frac{N_0}{4E_s \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}} \quad (5)$$

izvedena združena funkcija gustine verovatnoće dva ulazna SNR-a je data sledećim izrazom

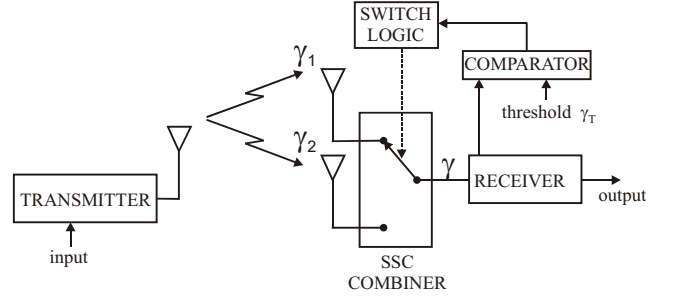
$$p_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2) = |J| p_{x_1, x_2}(x_1, x_2) = \frac{4}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \sum_{a,b=0}^{\infty} \frac{(mk)^\epsilon \rho_n^a \rho_g^b (\gamma_1 \gamma_2)^{\epsilon/2}}{\Gamma(m+a)\Gamma(k+b) \bar{\gamma}^\epsilon} \times \frac{\prod_{i=1}^2 G_{1,3}^{2,1} \left[ mk\gamma_i / \sigma_\gamma \left| \begin{matrix} 1-\epsilon/2 \\ \psi/2, -\psi/2, -\epsilon/2 \end{matrix} \right. \right]}{a!b!(1-\rho_n)^{k+a+b} (1-\rho_g)^{m+a+b}} \quad (6)$$

Parametri  $\epsilon$  i  $\psi$  su definisani na sledeći način

$\epsilon = k+m+a+b$ ,  $\psi = k+b-m-a$ ;  $\rho_n$  je koeficijent korelacije anvelopa signala i  $\rho_g$  koeficijent korelacije srednjih snaga anvelopa signala, a parametar  $\sigma_\gamma$  je  $\sigma_\gamma = (1-\rho_n)(1-\rho_g)\bar{\gamma}$ .

### III. SSC DIVERZITI KOMBINOVANJE

SSC prijemnik procesira jednu granu sve dok trenutna vrednost SNR-a na toj grani ne padne ispod prethodno definisanog praga,  $\gamma_T$ , kada prelazi na drugu granu. Model razmatranog sistema u radu je prikazan na sl.1.



Sl. 1 Blok šema sistema

Cdf trenutne vrednosti SNR-a na izlazu iz SSC prijemnika je dat sledećim izrazom

$$F_{SSC}(\gamma) = \Pr(\gamma_T \leq \gamma_1 \leq \gamma) + \Pr(\gamma_2 < \gamma_T \wedge \gamma_1 \leq \gamma). \quad (7)$$

Diferenciranjem (7), dobijamo izraz za izračunavanje pdf-a izlaznog SNR-a [14, (9)]

$$p_{SSC}(\gamma) = \begin{cases} f_{SSC}(\gamma), & \gamma \leq \gamma_T \\ f_{SSC}(\gamma) + p_\gamma(\gamma), & \gamma > \gamma_T \end{cases} \quad (8)$$

gde je  $p_\gamma(\gamma)$  definisana (2) i  $f_{SSC}(\gamma)$  definisana na sledeći način

$$f_{SSC}(\gamma) = \int_0^{\gamma_T} p_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma, \gamma_2) d\gamma_2 = \frac{2}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \sum_{a,b=0}^{+\infty} \frac{\gamma^{\epsilon/2-1} \gamma_T^{\epsilon/2} (mk)^\epsilon}{\Gamma(m+a)\Gamma(k+b) a!b! \bar{\gamma}^\epsilon} \times \frac{\rho_n^a \rho_g^b}{(1-\rho_g)^{m+a+b} (1-\rho_n)^{k+a+b}} \times G_{1,3}^{2,1} \left[ mk\gamma_T / \sigma_\gamma \left| \begin{matrix} 1-\epsilon/2 \\ \psi/2, -\psi/2, -\epsilon/2 \end{matrix} \right. \right] \times K_\psi \left[ 2 \left(\frac{mk\gamma}{\sigma_\gamma}\right)^{1/2} \right] \quad (9)$$

Nadalje, posle nekih matematičkih manipulacija (7), cdf izlaznog SNR-a se može predstaviti na sledeći način [14, (10)]

$$F_{SSC}(\gamma) = \begin{cases} F_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma, \gamma_T), & \gamma \leq \gamma_T \\ F_\gamma(\gamma) - F_\gamma(\gamma_T) + F_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma, \gamma_T), & \gamma > \gamma_T \end{cases} \quad (10)$$

gde je  $F_\gamma(\gamma)$  data (3) i  $F_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma, \gamma_T)$  definisana kao

$$\begin{aligned}
F_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma, \gamma_T) &= \int_0^{\gamma} \int_0^{\gamma} p_{\gamma_1 \gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2) d\gamma_1 d\gamma_2 = \\
&= \frac{1}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \sum_{a,b=0}^{+\infty} \frac{(mk)^\varepsilon \rho_n^a \rho_g^b}{\Gamma(m+a)\Gamma(k+b)a!b!(1-\rho_g)^{m+a+b}} \\
&\times \frac{\gamma^{\varepsilon/2} \gamma_T^{\varepsilon/2}}{\bar{\gamma}^\varepsilon (1-\rho_n)^{k+a+b}} \\
&\times G_{1,3}^{2,1} \left[ mk\gamma / \sigma_\gamma \left| \begin{matrix} 1-\varepsilon/2 \\ \psi/2, -\psi/2, -\varepsilon/2 \end{matrix} \right. \right] \\
&\times G_{1,3}^{2,1} \left[ mk\gamma_T / \sigma_\gamma \left| \begin{matrix} 1-\varepsilon/2 \\ \psi/2, -\psi/2, -\varepsilon/2 \end{matrix} \right. \right]
\end{aligned} \tag{11}$$

#### IV. SREDNJA VEROVATNOĆA GREŠKE

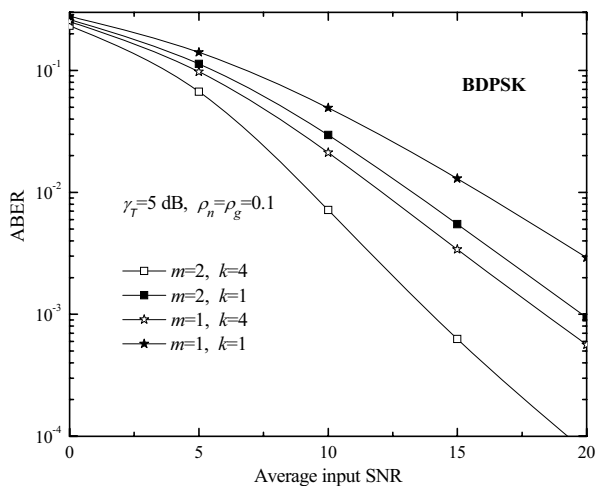
Srednja verovatnoća greške na izlazu iz prijemnika (ABER),  $\bar{P}_e$ , za nekoherentnu binarnu modulaciju se izračunava usrednjavanjem uslovne verovatnoće greške na sledeći način [15]

$$\bar{P}_e = \int_0^\infty p_{SSC}(t) \frac{1}{2} \exp(-gt) dt \tag{12}$$

gde je konstanta  $g$  modulaciona konstanta;  $g=1$  za binarnu diferencijalnu faznu modulaciju (BDPSK) i  $g = 1/2$  za nekoherentnu binarnu frekvencijsku modulaciju (BFSK).

#### V. NUMERIČKI REZULTATI

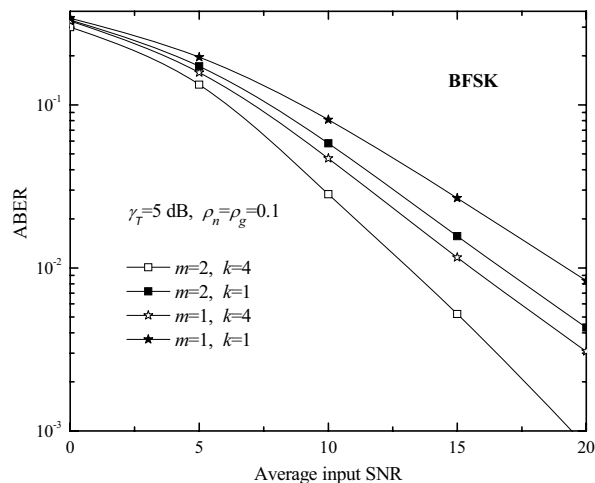
Na slici 2 prikazana je verovatnoća greške BDPSK prenosa u funkciji srednjeg SNR-a na ulazu, za različite vrednosti parametara  $m$  i  $k$  i izabranu vrednost praga  $\gamma_T=5\text{dB}$  i koeficijenta korelacije  $\rho_n=\rho_g=0.1$ . Povećanjem parametara  $m$  i/ili  $k$ , smanjuje se oštrina fedinga i/ili oštrina efekta senke i ujedno smanjuje verovatnoća greške sistema.



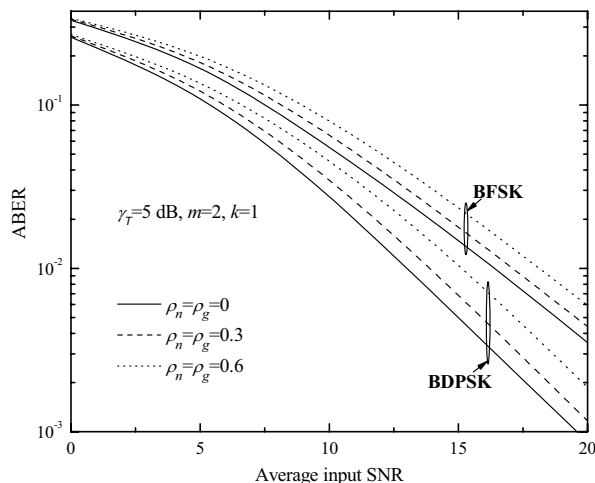
Sl. 2 Verovatnoća greške BDPSK prenosa za različite vrednosti parametara  $m$  i  $k$

Na slici 3 prikazana je verovatnoća greške BFSK prenosa u funkciji ulaznog srednjeg SNR-a, za različite vrednosti parametara  $m$  i  $k$ . Na ovoj slici je očigledna identična zavisnost verovatnoće greške od parametara  $m$  i  $k$  kao na slici 2 (kada  $m$  i/ili  $k$  raste, ABER opada). Takođe, verovatnoća greške pri BDPSK prenosu je manja od verovatnoće greške pri BFSK prenosu za bilo koji

odabir vrednosti parametara.



Sl. 3 Verovatnoća greške BFSK prenosa za različite vrednosti parametara  $m$  i  $k$



Sl. 4 Verovatnoća greške BDPSK i BFSK prenosa u nekorelisanom/korelisanom kanalu

Slika 4 pokazuje vrednosti ABER-a za BDPSK i BFSK prenos u nekorelisanom i korelisanom kanalu. Sa povećanjem koeficijenta korelacije  $\rho_n$  i  $\rho_g$ , raste i verovatnoća greške. Pored toga, sa slike je očigledna bolja performansa sistema ukoliko se koristi BDPSK prenos.

#### VI. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazana je analiza performansi sistema SSC prijema u kanalu sa korelisanim kompozitnim fedingom. Kompozitni feding je modelovan generalizovanom- $K$  raspodelom. Izvedeni su izrazi za izračunavanje pdf i cdf funkcije izlaznog SNR-a. Na osnovu izvedene pdf funkcije izračunata je verovatnoća greške pri BDPSK i BFSK modulaciji. Grafički je prikazan uticaj oštine fedinga i efekta senke, kao i uticaj prostorne korelacije na verovatnoću greške.

#### LITERATURA

- [1] M. K. Simon and M. S. Alouni, *Digital Communication over Fading Channels*. New York, NY: John Wiley & Sons Inc., 2nd ed., 2004.
- [2] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Micro- and macrodiversity NCFSK (DPSK) on shadowed Nakagami-fading channels" *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 9, pp. 2693-2702, Sept. 1994.

- [3] M. J. Ho and G. L. Stuber, "Co-channel interference of microcellular systems on shadowed Nakagami fading channels," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC93)*, pp. 568-571, May 1993.
- [4] A. Abdi and M. Kaveh, "On the utility of the gamma PDF modeling shadow fading (slow fading)," in *Proc. IEEE 49<sup>th</sup> VTC*, vol. 3, May 16-20, 1999, pp. 2308-2312.
- [5] A. Laourine, M. S. Alouni, S. Affes and A. Stephenne, "On the performance analysis of composite multipath/shadowing channels using the  $G$ -distribution," in *Proc. IEEE ICC 2008*, pp. 1333-1338, BEIJING, China, May 2008.
- [6] A. Abdi and M. Kaveh, "K distribution: An appropriate substitute for Rayleigh-lognormal distribution in fading-shadowing wireless channels" *Electron. Lett.*, vol. 34, pp. 851-852, 1998.
- [7] P. S. Bithas, N. C. Sagias, P. T. Mathiopoulos, G. K. Karagiannidis and A. A. Rontogiannis, "On the performance analysis of digital communications over Generalized- $K$  fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 10, pp. 353-355, May 2006.
- [8] P. S. Bithas, P. T. Mathiopoulos and S. A. Kotsopoulos, "Diversity reception over Generalized- $K$  ( $K_G$ ) fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 6, no. 12, pp. 4238-4243, Dec. 2007.
- [9] P. S. Bithas, N. C. Sagias and P. T. Mathiopoulos, "The bivariate generalized- $K$  ( $K_G$ ) distribution and its application to diversity receivers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 9, pp. 2655-2662, Sept. 2009.
- [10] I. M. Kostić, "Analytical approach to performance analysis for channel subject to shadowing and fading," *IEE Proc.*, vol. 152, no. 6, pp. 821-827, Dec. 2005.
- [11] J. G. Proakis, *Digital Communications*, New York: McGraw-Hill, 2001.
- [12] W. C. Jakes, Jr., *Microwave Mobile Communications*, New York: Wiley, 1974.
- [13] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series, and products*, 5th, Ed. New York: Academic Press, 1994.
- [14] P. S. Bithas and P. T. Mathiopoulos, "Performance analysis of SSC diversity receivers over correlated Ricean fading satellite channels," *EURASIP J. Wirel. Commun. and Networking*, vol. 2007, ID 25361, pp.1-9, 2007.
- [15] G. K. Karagiannidis, "Performance analysis of SIR-based dual selection diversity over correlated Nakagami- $m$  channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 52, no. 5, pp. 1207-1216, Sep. 2003.

## VII. ABSTRACT

In this paper, performance analysis of switch and stay selection combining (SSC) technique in composite fading channel is presented. The short term fading (multipath fading) and the long term fading (shadowing) are both modeled by Generalized- $K$  ( $K_G$ ) distribution. Correlation between the branches is taken in consideration. The probability density function (pdf) and the cumulative distribution function of signal-to-noise ratio (SNR) at the output of SSC receiver are derived in form of MeijerG functions. According to these expressions, the average ber probability (ABER) is analyzed.

## PERFORMANCE ANALYSIS OF SSC RECEIVER IN CORRELATIVE COMPOSITE FADING CHANNEL

Jelena A. Anastasov, Mihajlo Č. Stefanović, Stefan R. Panić, Nikola M. Sekulović, Aleksandra M. Cvetković