

# Pregled metoda maksimizacije zbirne brzine prenosa podataka u bežičnoj vezi tačka – više tačkaka linearnim prekodiranjem

Goran Z. Dimić, *Member, IEEE*, Milan N. Oklobdžija

**Sadržaj** — Ako bazna stanica (BS) ima  $M$  antena, a  $K$  korisničkih stanica po jednu, gde je  $K > M$ , moguće je povećati ukupnu brzinu prenosa podataka od BS ka korisnicima (downlink)  $M$  puta u odnosu na slučaj kad bazna stanica ima 1 antenu. Ovo se naziva dobitkom multipleksiranja (multiplexing gain). Kada se pretpostavi da kanali između BS i svakog korisnika imaju međusobno nezavisan fading, linearno usmeravanje snopa (beamforming) može postići slične performanse kao optimalno prekodiranje za „pisanje po prljavom papiru“ (dirty paper coding) na BS, ali ima manju složenost. U ovom radu dat je pregled metoda maksimizacije zbirna brzina prenosa korišćenjem linearnog usmeravanja snopa uz izbor korisnika i prenos povratne sprege o stanju kanala od korisnika ka BS u bežičnoj vezi tačka – više tačkaka.

**Ključne reči** — beamforming, CSIT, downlink, izbor korisnika, zero-forcing.

## I. UVOD

Pretpostavimo da u jednoj ćeliji postoji bazna stanica (BS), koja ima  $M$  antena, i  $K$  korisničkih terminala od kojih svaki ima jednu antenu. Ovo je najjednostavniji oblik Gausovog radiodifuznog kanala sa više ulaza i izlaza (Multi-Input Multi-Output Gaussian Broadcast Channel) MIMO-GBC. Zbir kapaciteta MIMO-GBC i ceo region kapaciteta MIMO-GBC opisani su u [1]. Vremenski odbirak ovog kanala predstavlja se modelom

$$y = Hx + z, \quad (1)$$

gde je  $x = (x_1, \dots, x_M)^T$  vektor signala koji se emituje sa  $M$  antena,  $y = (y_1, \dots, y_K)^T$  je vektor signala pojedinačno primljenih na svakom od  $K$  korisničkih terminala, a  $z \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$  je vektor Gausovog šuma sa elementima koji su nezavisni i imaju identičnu funkciju gustine verovatnoće (i.i.d.). Matrica  $H = [h_1^H, \dots, h_K^H]^H$  sadrži koeficijente kanala od  $M$  antena do  $K$  korisničkih terminala, gde red-vektor  $h_k \in \mathbb{C}^{1 \times M}$  predstavlja kanal korisnika  $k$ . Signal koji se predaje anteni ima sledeće ograničenje snage

Ovaj rad je podržan od Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije kroz projekat TR-11040 Razvoj novih metoda za modeliranje telekomunikacionih sistema.

Goran Z. Dimić (autor za kontakte), Univerzitet u Beogradu, Institut Mihajlo Pupin, Volgina 15, 11060 Beograd, Srbija (telefon 381-11-2775159, e-mail: gdimic@kondor.imp.bg.ac.rs),

Milan N. Oklobdžija, Univerzitet u Beogradu, Institut Mihajlo Pupin, Volgina 15, 11060 Beograd, Srbija (e-mail: milan@kondor.imp.bg.ac.rs).

$\text{tr}(E[xx^H]) \leq P$ . Simboli  $(\cdot)^T$  i  $(\cdot)^H$  označavaju transponovanje i konjugovano-kompleksno transponovanje vektora (matrice).

Problem koji se rešava je maksimizacija zbirne brzine prenosa podataka. U praksi je interesantan slučaj kada je  $K > M$ , odnosno kada treba izabrati podskup korisnika koje treba istovremeno opslužiti. U ovom radu dat je pregled: osnovnih rezultata o kapacitetu kanala i raspodeli snage kojom se dostiže kapacitet; upotrebe linearnog prekodiranja; proždrljivih algoritama za izbor korisnika; upotrebe težinskih koeficijenata u zbiru; i načina realizacije povratne sprege ka BS o stanju kanala.

## II. KAPACITET KANALA I RASPODELA SNAGE KOJOM SE DOSTIŽE KAPACITET

Za svaku matricu kanala  $H$ , najveći region brzine prenosa (region kapaciteta)  $C(H, P)$  dostiže se korišćenjem „Gausovih kodova“ i kodova za „pisanje po prljavom papiru“ (dirty paper coding) (DPC) [1]. Najveći zbir brzina prenosa je rešenje problema:

$$R_{sum} = \max_{R \in C(H, P)} \sum_k R_k \quad (2)$$

Rešenje je dato sledećim izrazom:

$$R_{sum}(H, P) = \max_q \log_2 \det(I + H^H \text{diag}(q)H), \quad (3)$$

gde je maksimizacija izvršena nad skupom  $q \in \mathbb{R}_+^K$  koji označava raspodelu snage između  $K$  terminala za prenos signala od korisničkih terminala ka BS (uplink). Raspodela snage vrši se pod ograničenjem ukupne snage:  $\sum_i q_i \leq P$ .  $\text{diag}(b)$  označava kvadratnu matricu čiji su dijagonalni elementi dati u vektoru  $b$ , a svi elementi van dijagonale su 0.

### A. Raspodela snage kojom se dostiže kapacitet

Problem dat u (3) je problem konveksne optimizacije. On se može rešiti iterativnim algoritmom datim u [2]. Rešenje jednakosti (3),  $q^*$ , naziva se dualna raspodela snage za prenos signala od korisničkih terminala ka BS (uplink). Kada se nađe  $q^*$ , potrebno je naći primalnu raspodelu snage za prenos signala od BS ka korisničkim terminalima (downlink),  $p^*$ . Za izabrani redosled korisničkih slotova u svakom slotu izračunava se

$$p^* = [I - \text{diag}(a)U(B)]^{-1} a \quad (4)$$

gde  $U(\cdot)$  označava gornji trougao matrice argumenta,

$$a = s_k / ((1 + s_k)[B]_{k,k}),$$

$$s_k = \frac{[B]_{k,k} q_k^*}{1 + \sum_{i < k} q_i^* [B]_{i,k}} = q_k^* h_k E_k^{-1} h_k^H \quad (5)$$

je odnos signala i zbira interferencije i šuma (SINR),  $[B]_{i,j} = |h_i f_j|^2$  je matrica interferencije, a  $f_k = \beta_k E_k^{-1} h_k^H$  su *beamforming* vektori, gde je  $E_k = I + \sum_{i=1}^{k-1} h_i^H h_i q_i^*$ , a  $\beta_k$  obezbeđuje  $|f_k|^2 = 1$ .

Na osnovu dobijene raspodele snage,  $p^*$ , i *beamforming* matrice,  $F = [f_1^H, \dots, f_K^H]^H$ , nalazi se matrica prenosa za *downlink*,  $G = F \text{diag}(p^*)^{1/2}$ .

### B. Kodiranje za „pisanje po prljavom papiru“ (Dirty-Paper Coding [DPC])

DPC za matricu prenosa  $G$  odvija se na sledeći način: signali za pojedine korisnike kodiraju se po redosledu obrnutom u odnosu na redosled za izračunavanje (4). Signal  $x_k$  namenjen korisniku  $k$  ima varijansu 1 i dobija se iz DPC tako što se signali za sve korisnike koji su već kodirani,  $1, \dots, k-1$  smatraju nekauzalno poznatom interferencijom. Ovo je opravdana pretpostavka jer BS ima bafere u kojima čekaju podaci za prenos ka svakom od aktivnih korisničkih terminala. Prekodiranjem koje uzima u obzir već kodirane signale potpuno se poništava efekat ovih signala na signal korisnika  $k$ , bez angažovanja dodatne snage na predajniku BS. SINR koji se dobija na prijemniku korisnika  $k$  je

$$s_k = \frac{[B]_{k,k} p_k^*}{1 + \sum_{i>k} p_i^* [B]_{k,i}} \quad (6)$$

i jednak je SINR-u datom u jednakosti (5) zbog dualnosti rešenja  $p^*$  i  $q^*$ . Brzina prenosa za korisnika  $k$  je  $R_k = \log_2(1 + s_k)$  (bit/simbol). Snaga koja je dodeljena jednom korisniku,  $p_k^*$ , i odgovarajuća pojedinačna brzina prenosa,  $R_k$ , zavise od redosleda kodiranja korisnika. Međutim, zbir angažovanih snaga i zbir brzina prenosa su jednake bez obzira na redosled kodiranja korisnika.

### III. LINEARNO PREKODIRANJE

Linearno prekodiranje je jednostavna alternativa DPC kodiranju. Realizuje se kao usmeravanje snopa (*beamforming*). Signal koji se prenosi,  $x$ , dobija se iz linearne kombinacije

$$x = Gu \quad (7)$$

gde je  $G \in C^{M \times K}$ , a  $u = (u_1, \dots, u_K)^T$  sadrži simbole koji se kodiraju. Simboli  $u_k$  su međusobno nezavisni, a namenjeni su korisnicima  $k = 1, \dots, K$ .

Kada je  $K > M$ , BS koristi prostorni i vremenski višestruki pristup (SDMA/TDMA). U vremenskom slotu  $t$  izabere se podskup korisnika  $\mathcal{K}(t)$ . Podaci za izabrane korisnike se zajednički kodiraju i prenose preko  $M$  antena BS. Kada se koristi *linearno prekodiranje* (*beamforming*), istovremeno se može opslužiti najviše  $M$  korisnika. Tada matrica kanala izabranih korisnika  $H(\mathcal{K}(t))$  ima linearno nezavisne redove jer je broj redova manji ili jednak broju kolona u matrici  $H(\mathcal{K}(t))$ , odnosno  $|\mathcal{K}(t)| \leq M$ , gde  $|\mathcal{K}(t)|$  označava kardinalnost skupa  $\mathcal{K}(t)$ . Tada su tokovi podataka ka terminalima međusobno nezavisni, tj. nema interferencije. U slučaju kada je  $K \leq M$ , svi korisnici mogu istovremeno biti opsluženi bez obzira na način

prekodiranja. Tada nije potrebno birati podskup korisnika za opsluživanje pa se složenost problema znatno smanjuje.

Pretpostavimo da je  $E[uu^H] = I$ . Onda ograničenje snage glasi  $\text{tr}(G^H G) \leq P$ . Kada se koristi linearno prekodiranje, dobija se SINR za korisnika  $k$  koji iznosi

$$\text{SINR}_k = \frac{[B]_{k,k} p_k}{1 + \sum_{i \neq k} [B]_{k,i} p_i} \quad (8)$$

gde je  $B$  definisano kao uz (5), ali je  $f_k = g_k / \sqrt{p_k}$ , gde je  $g_k$   $k$ -ta kolona matrice  $G$ , a  $p_k = |g_k|^2$ . Ako se pretpostavi korišćenje Gausovih kodova i na prijemniku dekodiranje na principu minimalnog rastojanja, onda se mogu dostići brzine prenosa po korisniku od  $R_k = \log_2(1 + \text{SINR}_k)$  (bit/simbol).

Treba uočiti razliku između proizvoda matrice kanala izabranih korisnika,  $H(\mathcal{K}(t))$ , i *beamforming* matrice,  $F$ , kada se koristi DPC i kada se koristi linearno prekodiranje. U slučaju korišćenja DPC, ova matrica je trougaona. Elemente te trougaone matrice van glavne dijagonale eliminiše DPC na osnovu nekauzalnog poznavanja signala za sve terminale (videti (6)) i zato nestaje interferencija između tokova podataka ka terminalima. Kada se koristi linearno prekodiranje, tj. linearni *beamforming*, onda se moraju eliminisati svi elementi van glavne dijagonale proizvoda  $H(\mathcal{K}(t))F$ , da bi se eliminisala interferencija između tokova podataka. S obzirom da u tom slučaju postoje strožija ograničenja na formiranje matrice  $F$ , slabije je iskorišćenje snage na predajniku. Drugim rečima, za istu snagu predajnika,  $P$ , DPC omogućava da se postigne veći SINR na prijemniku nego što omogućava linearno prekodiranje. Ovo se može videti poređenjem jednakosti (6) i (8) jer je veći broj članova u imeniocu u (8). Posledica toga je da pri istom ograničenju snage predajnika DPC postiže veće brzine prenosa,  $R_k$ , i veću zbirnu brzinu prenosa  $\sum_k R_k$ . Kada se koristi linearno prekodiranje, zbirna brzina prenosa zavisi od redosleda korisnika, za razliku od DPC.

### IV. PROŽDRLJIVI ALGORITMI ZA IZBOR KORISNIKA

DPC i linearno prekodiranje mogu se kombinovati sa proždrljivim algoritmom za izbor podskupa korisnika,  $\mathcal{K}$ , koji će istovremeno primati podatke sa BS. Za fiksiran način prekodiranja i slanja podataka, neka je  $R(\mathcal{K})$  najveća brzina prenosa koja se može postići kada se izabere podskup korisnika  $\mathcal{K}$  iz skupa  $\{1, 2, \dots, K\}$ .

Algoritam 1: Neka je inicijalno  $\mathcal{K}(0) = \emptyset$  (prazan skup),  $V(0) = \{1, 2, \dots, K\} / \mathcal{K}(0)$ , a  $R(\emptyset) = 0$ .

Za svaki terminal,  $k=1, \dots, K$  izračunati:

1.  $i(k) = \arg \max R(\mathcal{K}(k-1) \cup \{i\})$ , za svako  $i \in V(k-1)$ ,
2. Ako je  $R(\mathcal{K}(k-1) \cup \{i(k)\}) < R(\mathcal{K}(k-1))$ , onda je  $\mathcal{K} = \mathcal{K}(k-1)$  i kraj.

Inače, ako je  $k=K$  onda je  $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, K\}$  i kraj.

Inače, neka je  $\mathcal{K}(k) = \mathcal{K}(k-1) \cup \{i(k)\}$ ,

$V(k) = V(k-1) / \{i(k)\}$  i vrati se na korak 1.

Ovaj algoritam za izbor korisnika (*greedy user selection*) može se primeniti sa *zero-forcing* (ZF) linearnim *beamforming*-om i *water-filling* (WF) raspodelom snage (skraćeno ZFWF). Kombinovani *greedy-ZFWF* predložen je u radu [3]. U radu [4] predložen je takođe proždrljivi (*greedy*) algoritam za izbor korisnika, ali uz izvesne modifikacije osnovnog Algoritma 1, nazvan *Semi-orthogonal User Selection* (SUS). SUS algoritam „proređuje“ skup korisnika koji su kandidati za izbor u podskup  $K$  tako što ostavlja samo one koji ispunjavaju uslov semi-ortogonalnosti – da je skalarni proizvod vektora kanala datog kandidata i vektora kanala do tog koraka izabranih korisnika manji od zadatog praga. *Greedy-ZFWF* po definiciji daje isti ili veći zbir brzina prenosa nego što daje SUS algoritam iz [4], ili bilo koji drugi proždrljivi izbor korisnika zasnovan isključivo na matrici kanala  $H$ . Bilo koji algoritam koji dodaje po jednog korisnika u svakom koraku i ne omogućava zamenu već izabranih korisnika, koristeći isti *beamforming*, ne može dati veći zbir brzina prenosa nego Algoritam 1. Proždrljivost pri izboru korisnika smanjuje složenost pretraživanja podskupova korisnika.

Detaljnija analiza *greedy-ZFWF* i SUS algoritama za izbor korisnika pokazuje da SUS daje pretragu manje složenosti, a za odgovarajući izbor praga semi-ortogonalnosti daje zbir brzina prenosa veoma blizak onom koji daje *greedy-ZFWF*.

Sa druge strane, u radu [5] predložena je LQ dekompozicija prilikom izračunavanja Moore-Penrose inverzije matrice kanala  $H$  u realizaciji *greedy-ZFWF* algoritma (videti [3]), čime se njegova složenost smanjuje za red veličine. U istom radu se daje generalizovani *greedy* algoritam za ZFWF i dokazuje se da isti asimptotski dostiže pun kapacitet DPC za veliki broj korisnika.

ZFWF i DPC kombinovani sa SUS algoritmom analizirani su u slučaju postojanja više antena na korisničkim terminalima [6]. Dokazano je da oba algoritma asimptotski ( $K \rightarrow \infty$ ) dostižu srednju vrednost zbirnog kapaciteta kanala. Takođe je dokazano da SUS asimptotski ne umanjuje višekorisnički diverzitet (*multiuser diversity*).

## V. ZBIRNA BRZINA PRENOSA SA TEŽINSKIM KOEFICIJENTIMA

### A. Stabilnost bafera u paketskim komunikacijama

U paketskim komunikacijama, brzine pristizanja paketa u baferu predajnika čine vektor slučajnih promenljivih čije su srednje vrednosti

$$\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_K)$$

Postoji  $K$  bafera i svaki je pridružen jednom korisniku. Cilj izbora korisnika, usmeravanja snopa i raspodele snage je da se stabilizuju baferi svih korisnika u sistemu. Drugim rečima, treba održati konačno prosečno kašnjenje u prenosu podataka za svakog korisnika u sistemu.

Neka  $D(k, t)$  označava dužinu bafera korisnika  $k$  u slotu  $t$ . Neka  $R(k, t)$  označava trenutnu brzinu prenosa korisnika  $k$  u slotu  $t$ . Neka je  $C\{\text{ergodic}\}(P)$  ergodični region kapaciteta datog MIMO-GBC kanala. Adaptivna strategija

koja maksimizuje  $\sum_{k=1}^K D(k, t)R(k, t)$  istovremeno stabilizuje bilo koji vektor brzine pristizanja paketa  $\Lambda \in C\{\text{ergodic}\}(P)$  [7].

### B. Fer raspodela resursa (fairness)

U modelu predstavljenom u Uvodu pretpostavlja se da svi korisnici imaju i.i.d. raspodele kanala odnosno šuma. U tom slučaju njihove trenutne vrednosti brzine prenosa će se razlikovati od slota do slot, ali u dužem vremenskom intervalu svi korisnici imaju jednake srednje vrednosti brzina prenosa, odnosno srednje vrednosti snage koja im je dodeljena. Međutim, kada korisnici imaju različite raspodele slabljenja kanala, tako da im se razlikuju srednje vrednosti, korisnici sa boljim kanalom dobijaju više resursa kad god se primenjuje proždrljivi algoritam za raspodelu resursa. Neke metode koje obezbeđuju fer raspodelu resursa mogu se zasnivati na gore pomenutoj metodi stabilizacije bafera, jer ona garantuje da će svi korisnici dobiti dovoljno resursa. Problem fer raspodele resursa može se formulisati kao maksimizacija zbira brzina prenosa podataka sa težinskim koeficijentima, gde težinski koeficijenti obezbeđuju postizanje ravnopravnosti između korisnika sa različitim srednjim kvalitetom kanala.

### C. Maksimizacija zbira sa težinskim koeficijentima

Računski efikasna maksimizacija zbira brzina prenosa sa težinskim koeficijentima, za proizvoljnu matricu kanala  $H$  i ne-negativne težinske koeficijente  $w_1, \dots, w_K$  je od velikog značaja da se osigura stabilnost bafera. Algoritam predložen u [8] izračunava dualnu raspodelu snage za *uplink* za maksimizaciju zbira sa težinskim koeficijentima.

Maksimizacija zbira brzina prenosa sa težinskim koeficijentima uz linearni *beamforming* je problem nekonveksne optimizacije, vrlo težak za rešavanje. U [9], optimizacija sa ograničenjima zamenjena je optimizacijom bez ograničenja u odnosu na modifikovanu *beamforming* matricu. Predloženi algoritam u [9], nazvan SVH, koristi gradijentnu metodu da bi našao stacionarnu tačku zbira brzina prenosa. Međutim, ovaj algoritam može da konvergira ka lokalnom minimumu koji nije globalni minimum. U [10] je pokazano kako *greedy-ZFWF* i *greedy-SVH* mogu da se modifikuju da bi se maksimizovao zbir sa težinskim koeficijentima.

## VI. POVRATNA SPREGA O STANJU KANALA

Da bi predajnik mogao da primenjuje navedene algoritme za raspodelu snage i *beamforming*, neophodno je da BS savršeno tačno zna stanje kanala između nje i svakog krajnjeg korisnika (*channel state information at transmitter* - CSIT). Uopšteni slučaj kada je CSIT delimično poznato predajniku je još uvek predmet istraživanja u teoriji informacija. Sa druge strane, postoji više pokušaja da se ograniči količina povratnih informacija o CSIT koje korisnici šalju BS [11, 12].

Pretpostavili smo da svaki korisnik estimira kanal između BS i njega na osnovu pilot simbola koje šalje BS. Moguće je da svaki korisnik šalje pilot simbole direktno BS, a da ona estimira stanje kanala u suprotnom pravcu na

osnovu *uplink-downlink* dualnosti. U nastavku ćemo se zadržati na prvij pretpostavci.

Jedna mogućnost je da se izvrši kvantizacija povratne sprege o stanju kanala, čime se postiže otpornost na greške u prenosu povratne sprege po cenu uvođenja greške kvantizacije [13]. U radu [14] predložena je povratna sprega koja daje informaciju o normalizovanom vektoru kanala, odnosno o vektorskom podprostoru bežičnog kanala. Ovakva povratna sprega ne daje informaciju o slabljenju kanala, pa se zato ne može optimizovati raspodela snage među korisnicima. Međutim, pokazuje se da zbir brzina prenosa sa ovakvom povratnom spregom asimptotski dostiže kapacitet pri velikim vrednostima odnosa signal-šum (SNR). Neophodno je povećavati finoću kvantizacije, a time i propusni opseg potreban za povratnu spregu, sa povećanjem SNR [15]. Ako kvantizacija ne prati povećanje SNR, onda postoji gornja granica do koje može rasti zbirna brzina prenosa bez obzira na povećanje snage prenosa signala. Predložen je mehanizam izbora prenosa signala ka jednom terminalu (za nizak SNR), odnosno ka  $M$  terminala za visok SNR [15]. Pokazano je da i ovako jednostavan mehanizam postiže performanse blizu optimalnih.

Druga mogućnost je da se koristi tzv. slučajni *beamforming* i povratna sprega samo o vrednosti SINR [16]. Na ovaj način se oportunistički biraju korisnici čiji se kanali najbolje poklapaju sa slučajno izabranim pravcem snopa, a što se detektuje kao najveća vrednost SINR među svim korisnicima. Otuda se metod naziva *opportunistic beamforming*. Njegov nedostatak je taj što je potrebno da broj korisnika raste eksponencijalno sa brojem antena na baznoj stanici da bi slučajni *beamforming* dosegaio zbir brzina prenosa koherentnog *beamforming*-a.

## VII. ZAKLJUČAK

Maksimizacija zbirne brzine prenosa podataka od BS sa  $M$  antena ka  $K$  korisnika je i dalje aktuelni istraživački problem. U ovom radu dat je pregled osnovnih rezultata koji pokazuju da je osnovni problem maksimizacije zbira brzina prenosa rešen. Rezultati takođe pokazuju da linearni *beamforming* i proždrljivi algoritmi za izbor korisnika daju performanse bliske optimalnim uz značajno smanjenje složenosti izračunavanja. Ključni izazov ostaje da se obezbedi povratna sprega o stanju kanala od svakog korisnika ka BS koja će obezbediti dovoljno malu grešku estimacije sa dovoljno malim propusnim opsegom potrebnim za prenos povratne informacije.

## LITERATURA

- [1] G. Caire, S. Shamai (Shitz), Y. Steinberg, and H. Weingarten, *On Information Theoretic Aspects of MIMO-Broadcast Channels*, Cambridge Univ. Press, 2005
- [2] N. Jindal, W. Rhee, S. Vishwanath, S. A. Jafar, and A. Goldsmith, "Sum Power Iterative Waterfilling for Multi-Antenna Gaussian Broadcast Channels," in *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 51, no. 4, April 2005
- [3] G. Dimić and N. Sidiropoulos, "On Downlink Beamforming with Greedy User Selection: Performance Analysis and a Simple New Algorithm," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53, no. 10, pp. 3857-3868, Oct. 2005

- [4] T. Yoo and A. Goldsmith, "On the Optimality of Multi-Antenna Broadcast Scheduling Using Zero-Forcing Beamforming," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 24, no. 3, March 2006
- [5] J. Wang, D. J. Love, and M. D. Zoltowski, "User Selection with Zero-Forcing Beamforming Achieves the Asymptotically Optimal Sum Rate," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 56, no. 8, Aug. 2008
- [6] L. Sun and M. McKay, "Eigen-Based Transceivers for the MIMO Broadcast Channel with Semi-Orthogonal User Selection," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 58, no. 10, Oct. 2010, pp. 5246 – 5261
- [7] H. Boche and M. Wiczanowski, "Stability Optimal Transmission Policy for the Multiple Antenna Multiple Access Channel in the Geometric View," *EURASIP Signal Processing Journal, Special Issue on Advances in Signal Processing-assisted Cross-layer Designs*, 2006
- [8] M. Kobayashi and G. Caire, "An Iterative Waterfilling Algorithm for Maximum Weighted Sum-Rate of Gaussian MIMO-BC," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Special Issue on Nonlinear Optimization*, vol. 24, no. 8, Aug. 2006
- [9] M. Stojnić, H. Vikalo, and B. Hassibi, "Rate Maximization in Multi-antenna Broadcast Channels with Linear Preprocessing," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 5, no. 9, Sep. 2006, pp. 2338 - 2342
- [10] M. Kobayashi and G. Caire, "Joint Beamforming and Scheduling for a Multi-antenna Downlink with Imperfect Transmitter Channel Knowledge," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 25, no. 7, July 2007, pp. 1468 - 1477
- [11] D.J. Love, R.W. Heath, V.K.N. Lau, D. Gesbert, B.D. Rao, M. Andrews, "An Overview of Limited Feedback in Wireless Communication Systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 26, no. 8, Oct. 2008, pp. 1341 - 1365
- [12] G. Caire, N. Jindal, M. Kobayashi, and N. Ravindran, "Multiuser MIMO Achievable Rates with Downlink Training and Channel State Feedback," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 56, no. 6, June 2010, pp. 2845-2866
- [13] N. Jindal, "MIMO Broadcast Channels with Finite Rate Feedback," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 52, no. 11, Nov. 2006, pp. 5045 - 5060
- [14] P. Ding, D. J. Love, and M. D. Zoltowski, "On the sum rate of channel subspace feedback for multi-antenna broadcast channels," *Proc. of IEEE Globecom 2005*, St. Louis, Missouri, USA, Nov. 2005
- [15] A.-Y.C. Kin, S.Y. Park, and D.J. Love, "A Simple Dual-Mode Limited Feedback Multiuser Downlink System," *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 57, no. 5, May 2009, pp. 1514 - 1522
- [16] P. Viswanath, D. N. C. Tse, and R. Laroia, "Opportunistic Beamforming Using Dumb Antennas," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 48, no. 6, June 2002

## ABSTRACT

If the base station uses  $M$  antennas, and each of  $K$  user terminals is equipped with one antenna,  $K > M$ , then it is possible to increase the downlink throughput by a factor of  $M$ , which is known as multiplexing gain. Assuming that the channels between the base station and each user terminal have independent fading, linear beamforming achieves performance close to optimal, but with lower complexity. In this paper, an overview of important results on linear beamforming, greedy user selection, and channel state information feedback to the base station is given.

## SURVEY OF SUM-RATE MAXIMIZATION METHODS IN POINT-TO-MULTIPOINT WIRELESS LINKS USING LINEAR PRECODING

Goran Z. Dimić, Milan N. Oklobdžija